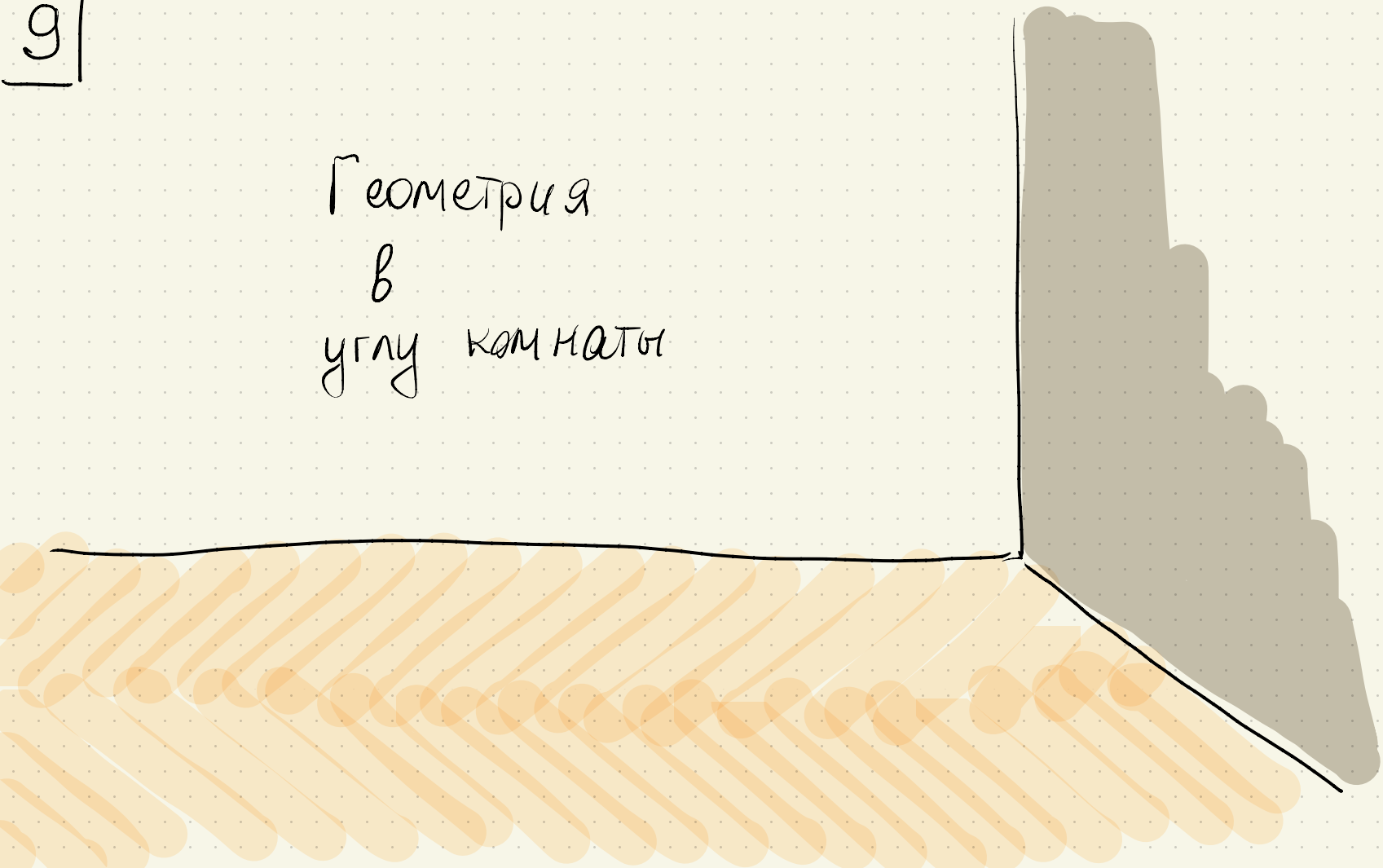


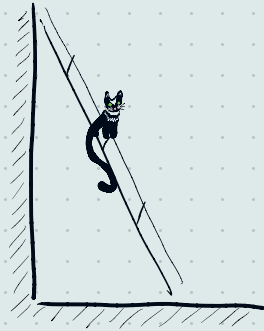
9

Геометрия
в
углу комнаты



1 Котёнок на лестнице

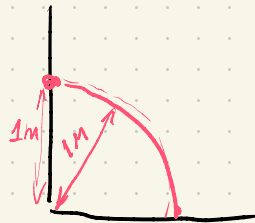
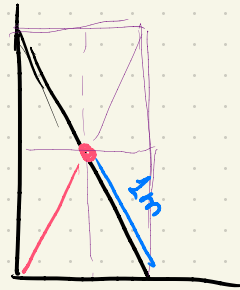
На середине лестницы, прислоненной к стенке, сидит котёнок и боится слезать. Лестница съезжает на пол. Какую траекторию опишет котёнок, если не упадёт и не прыгнет?



Решение:

Котёнок всё время находится на расстоянии 1 м от угла комнаты (по симметрии).

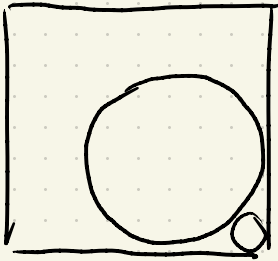
Поэтому он будет двигаться по окружности:
радиуса 1 м.



2. Страшный сон футбольного болельщика



Решение:
шарику надо
забиться в угол:



65. Страшный сон футбольного болельщика

«Болельщик», огорченный поражением «своей» команды, спал беспокойно. Ему снилась большая квадратная комната без мебели. В комнате тренировался вратарь. Он ударял футбольный мяч о стену, а затем ловил его.



Рис. 30. Шар стремился раздавить мячик.

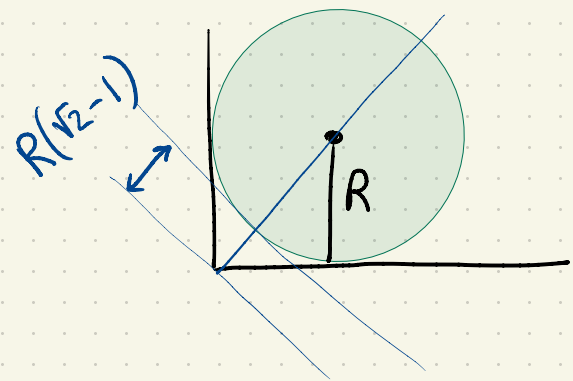
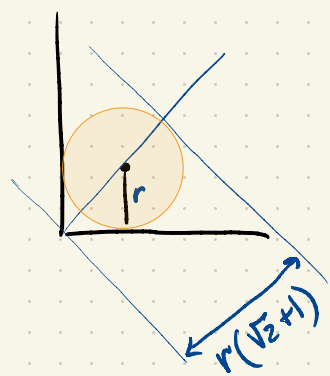
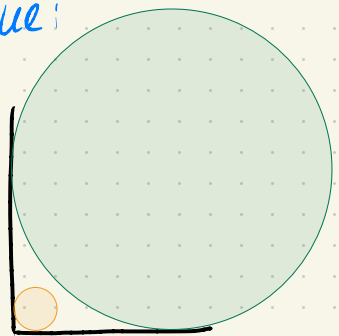
Вдруг вратарь стал уменьшаться, уменьшаться и, наконец, превратился в маленький целлулоидный мячик от «настольного тенниса», а футбольный мяч оказался чугунным шаром. Шар бешено кружился по гладкому полу комнаты, стремясь раздавить маленький целлулоидный мячик. Бедный мячик в отчаянии метался из стороны в сторону, выбиваясь из сил и не имея возможности подпрыгнуть.

Мог ли он, не отрываясь от пола, все-таки укрыться где-нибудь от преследований чугунного шара?

Борис Кордемский, 1956
«Математическая смекалка»

3) Радиус шарика для пинг-понга - 2 см.
 Найдите минимальный размер футбольного мяча при котором шарик сможет стукнуться.

Решение:



Т.е. нужно: $r(\sqrt{2}+1) < R(\sqrt{2}-1)$

$$r \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)} < R$$

$$r \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = r \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = r \cdot \frac{2+2\sqrt{2}+1}{2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1} = r \cdot \frac{3+2\sqrt{2}}{1} = r(3+2\sqrt{2})$$

≈ 5.828

Ответ:
 Т.е. достаточно
 $R > 5.828 \cdot 2 \text{ см} =$
 $\approx 11.659 \text{ см}$

4) Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных длиной окружности. Какие из них достаточно велики, чтобы шарик смог от них спрятаться?



Решение

Надо: $R \geq 11.659 \text{ см}$

3.1415

Дано: $2\pi R = 70 \text{ см}$ (размер 5)

$$R = \frac{70 \text{ см}}{2\pi} \approx 11.141 < 11.65$$

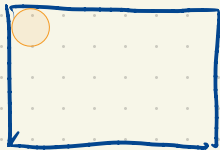
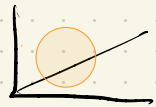
Т.е. даже самый большой мяч слишком маленький!

④ Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных *длиной окружности*.
Какие из них достаточно велики, чтобы шарик смог от них спрятаться?



⑤ Может ли шарик спрятаться лучше?

Да, в самом углу комнаты
(комната трехмерная!)



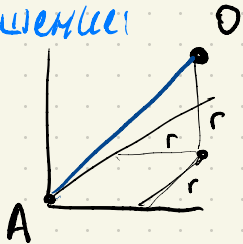
⑤' Достаточно ли этого?
(и если да, то начиная с какого размера футбольного мяча?)

④ Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных *длиной окружности*.
 какие из них достаточно велики,
 чтобы шарик смог от них спрятаться?



⑤ Может ли шарик спрятаться лучше?

Решение:



$$|OA|^2 = r^2 + r^2 + r^2 = 3r^2$$

$$|OA| = \sqrt{3} r$$

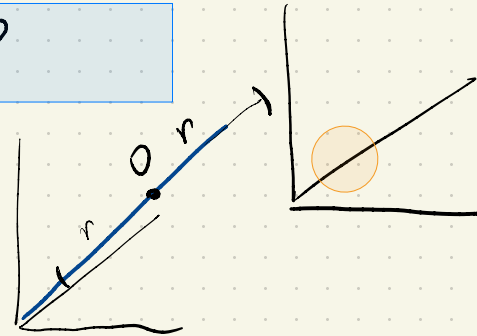
Т.е. нужно: $r(\sqrt{3}+1) < R(\sqrt{3}-1)$

$$r \cdot \frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)} < R$$

$$r \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = r \cdot \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = r \cdot \frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1} = r \cdot \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = r \cdot (2+\sqrt{3})$$

≈ 3.732

Ответ: получится спрятаться от любого игрового мяча.



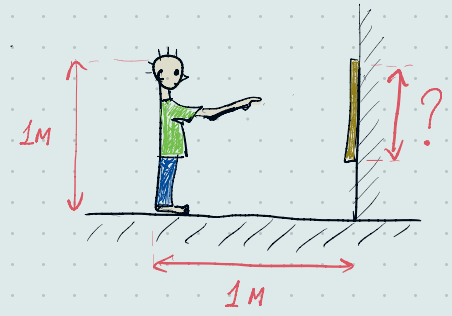
Т.е. достаточно

$$R > 4r = 8 \text{ см}$$

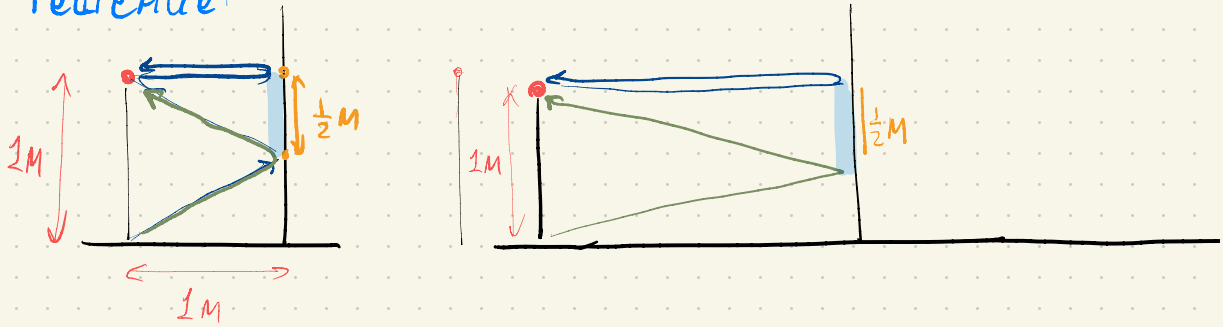
$$2\pi \cdot 8 \text{ см} \leq 2 \cdot 3.2 \cdot 8 \text{ см} = 6.4 \cdot 8 \text{ см} = (48 + 3.2) \text{ см} = 51.2 \text{ см}$$

6 Зеркало на стене

Ребенок ростом 1 м смотрит в зеркало с расстояния 1 м . Какой длины должно быть зеркало, чтобы было видно все, с ног до головы? Как изменится ответ в зависимости от роста ребенка? От расстояния до зеркала?



Решение:



Ответ: нужно зеркало длиной половина роста (при любом расстоянии), -висящее на правильной высоте!

