

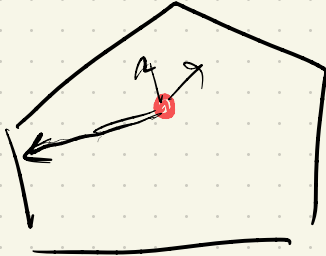
Задача
об
освещении



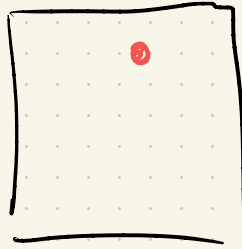
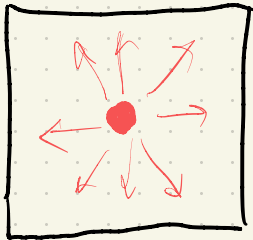
Задача об освещении

можно ли осветить
эту комнату
одной
свечой?

комнаты могут быть
разными.






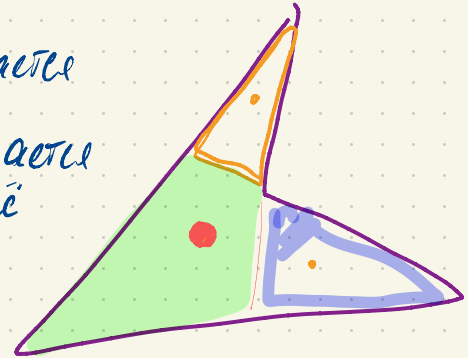
0. Квадрат



освещается из любой точки

1. Четырёхугольник

 освещается
все
 освещается
 не все

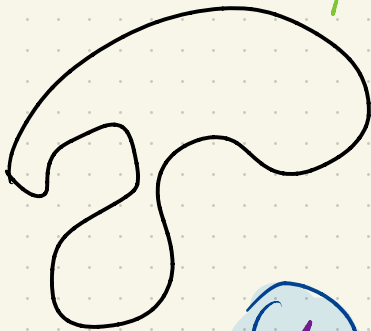
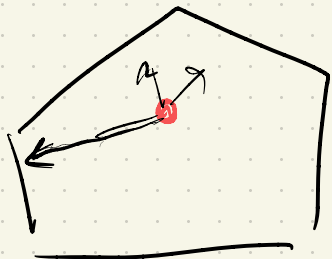


Задача об освещении

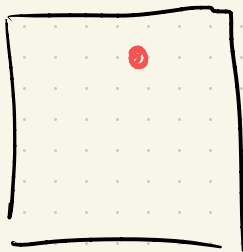
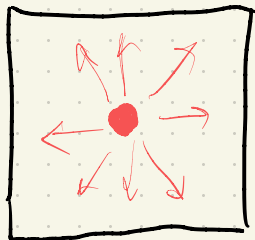
можно ли осветить

комнаты могут быть разными.

эту комнату
одна свеча?



0. Квадрат

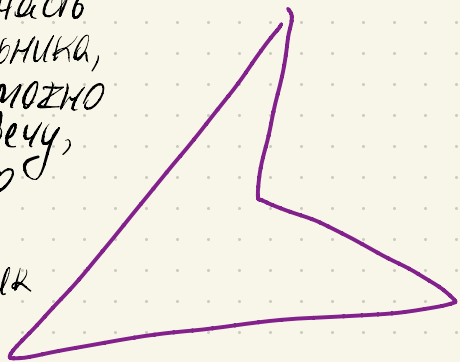


освещается из любой точки

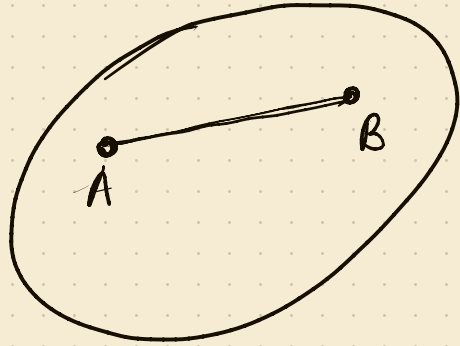
1. Четырёхугольник

Закрасьте часть
четырёхугольника,
в которой можно
поставить свечу,
освещающую

ВСЕ
четырёхугольника

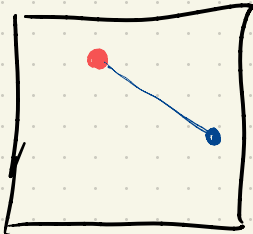


• Выпуклая фигура -



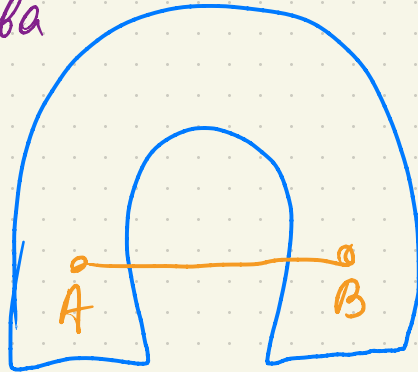
если для любых
двух точек A, B
внутри нее,
отрезок AB целиком
лежит внутри нее

квадрат



выпуклый

подкова

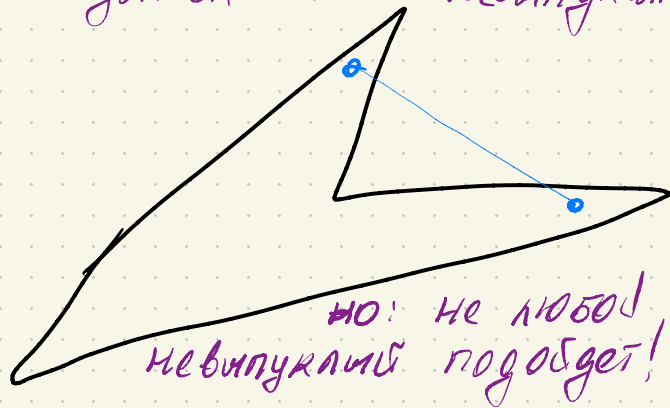


не
выпуклая

- УТВ Любую выпуклую фигуру можно осветить одним свечом
- При этом свечу можно поставить куда угодно

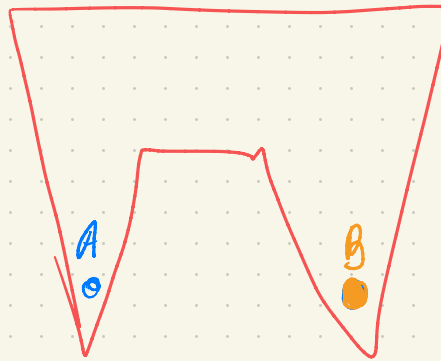
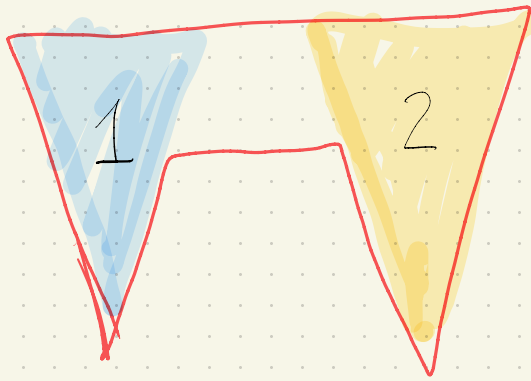
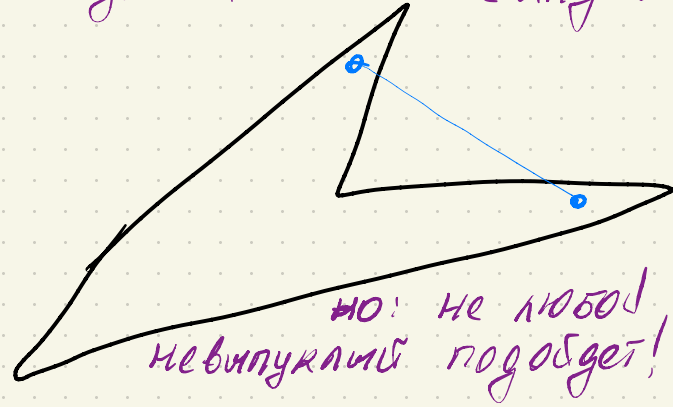
2. Придумайте многоугольник,
который нельзя
осветить одной свечой
(ни из одной точки!)

Такой многоугольник
должен быть невыпуклым



2) Придумайте многоугольник,
который нельзя
осветить одной свечой

Такой многоугольник
должен быть невыпуклым

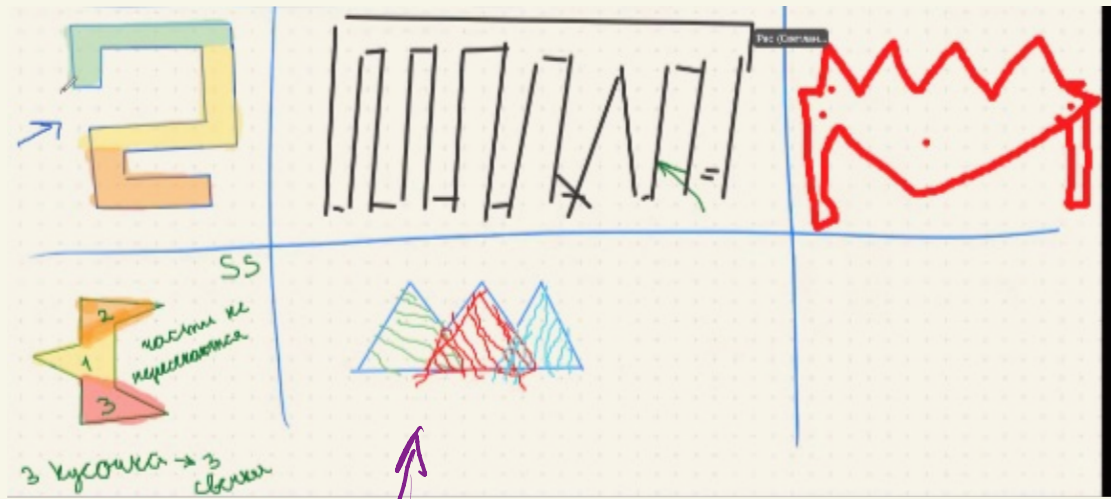


- точка **A** освещается только из области **1**
- точка **B** освещается только из области **2**
- области **1** и **2** не пересекаются

• значит, точки **A** и **B** нельзя осветить одновременно!

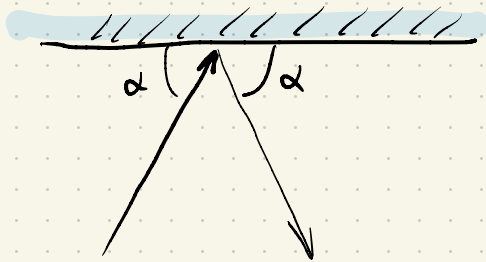
3) Придумайте области, которые нельзя осветить 2мя свечами:

3) Области, которые нельзя осветить 2мя свечами:



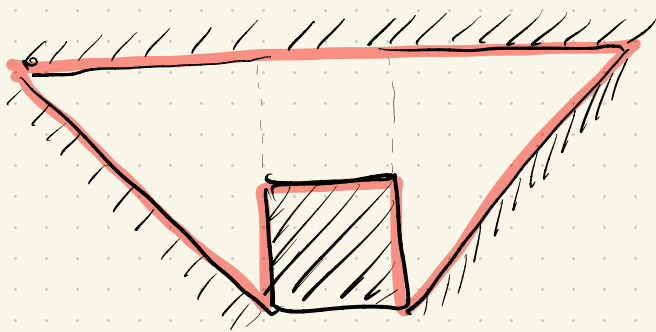
20 "гор" нельзя осветить 19ю свечами!

4. Освещение комнаты с зеркальными стенками

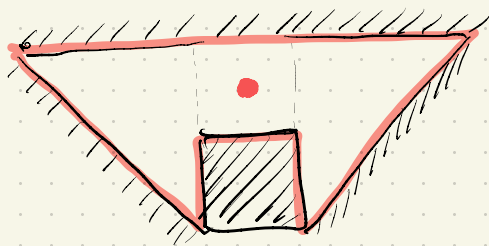


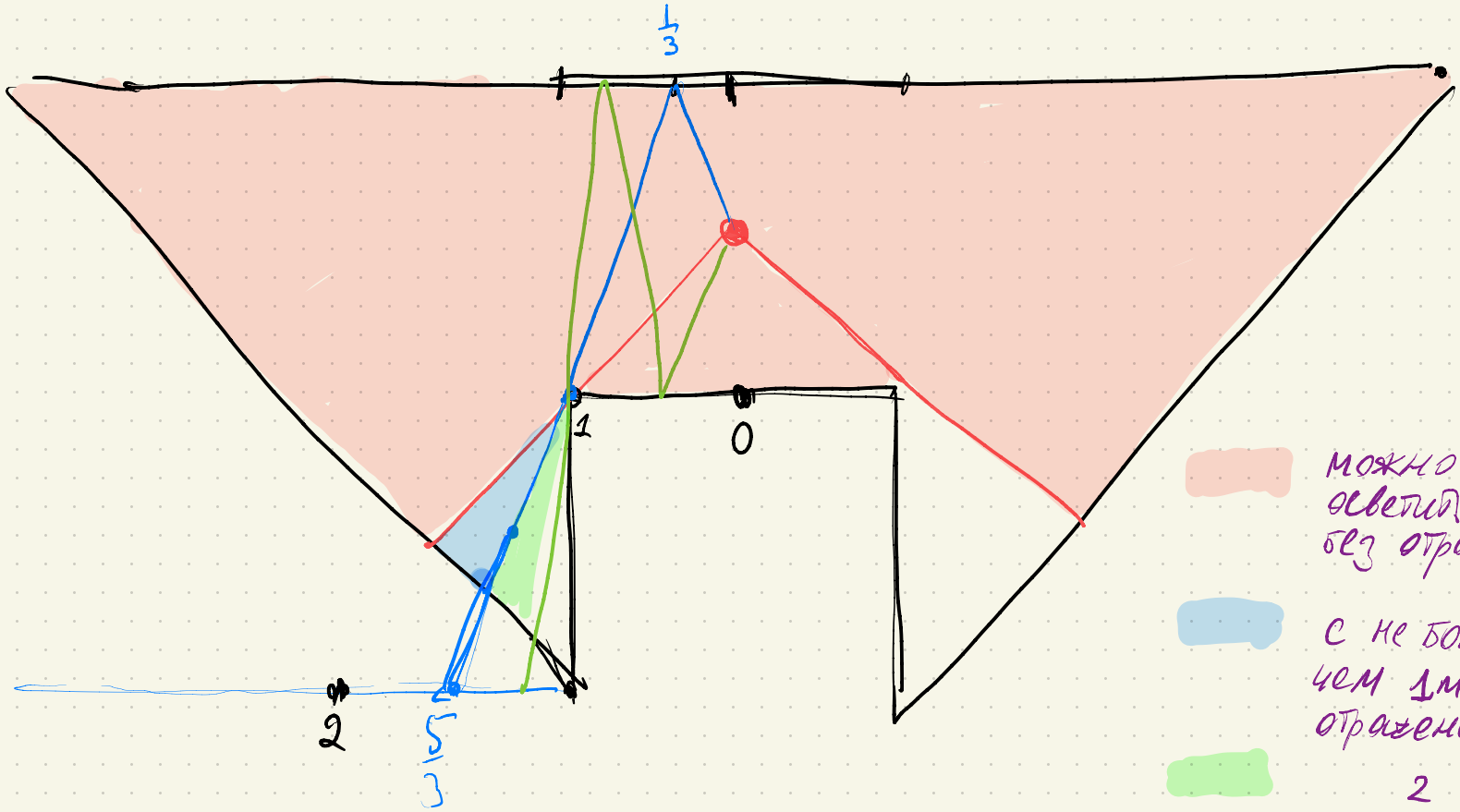
"угол падения =
углу отражения"

Покажите, что
такую (зеркальную) комнату
можно осветить одной свечой



Поставим свечу
в середине:



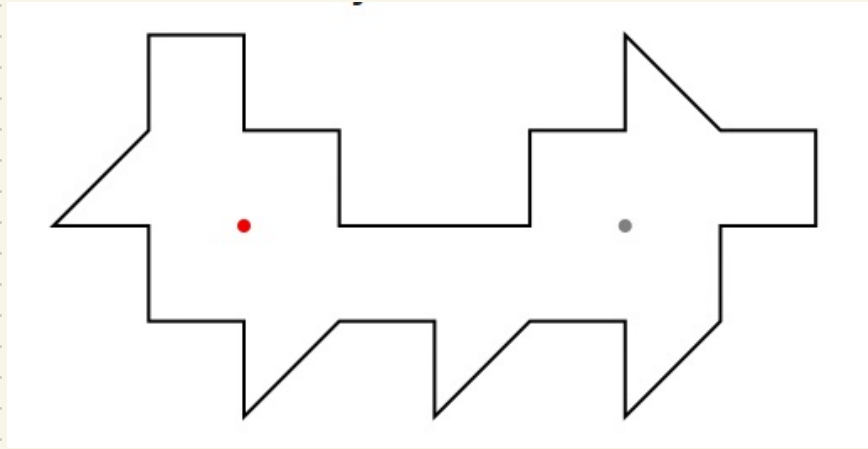


- можно осветить без отражек
- с не более чем 1м отражением
- 2

'''

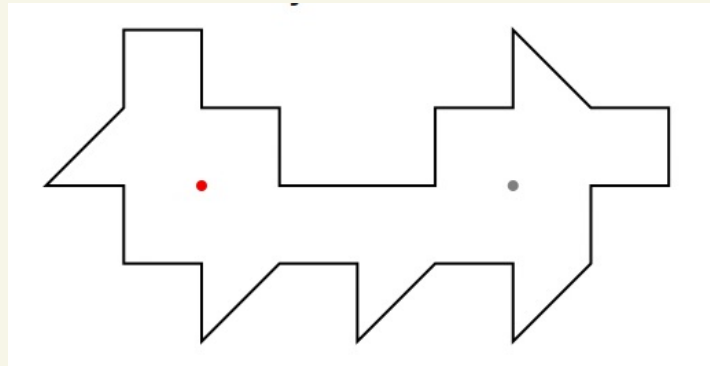
Теорема (1995 ' Джордж Токарский) :

- есть многоугольная комната,
и точка освещения в ней,
такая что не всё осветится



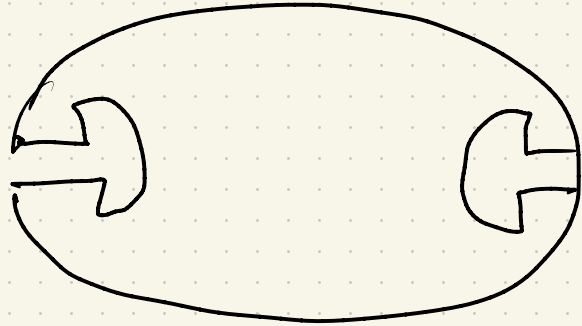
Теорема (2016 ' Lelievre, Monteil, Weiss)

В многоугольнике с рациональными углами (в градусах - $\frac{p}{q}$ градусов, p, q целые) из любой точки освещено все, кроме конечного числа точек

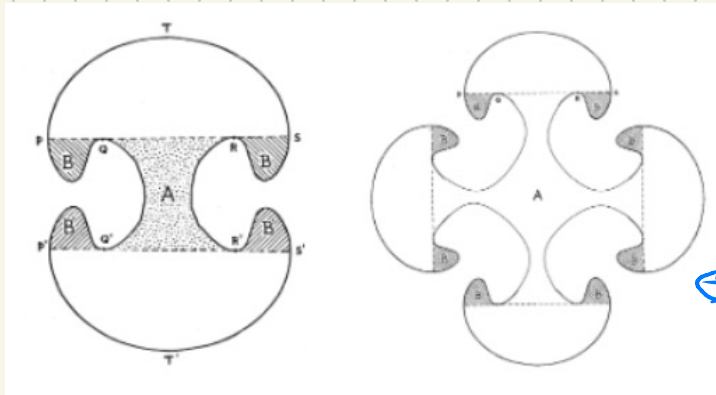


90°
 $90\frac{1}{2}^\circ$
 $90,$

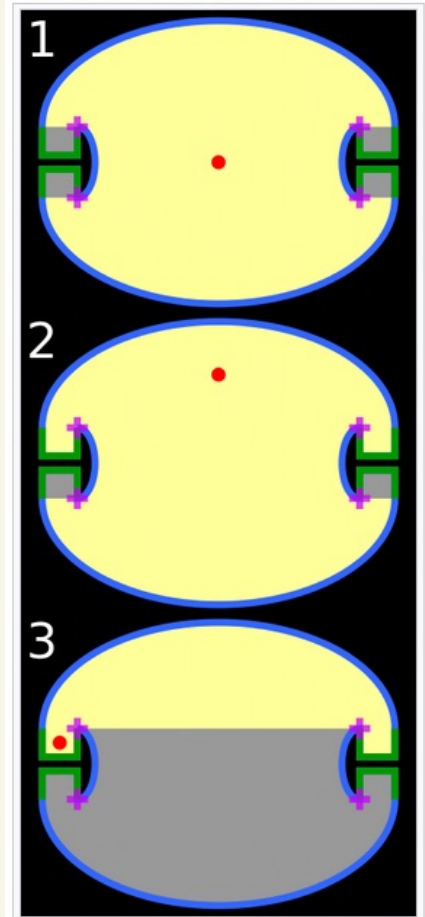
Пример Пенроуза (1958)



криволинейная
зеркальная комната,
которую нельзя осветить
100 свечой

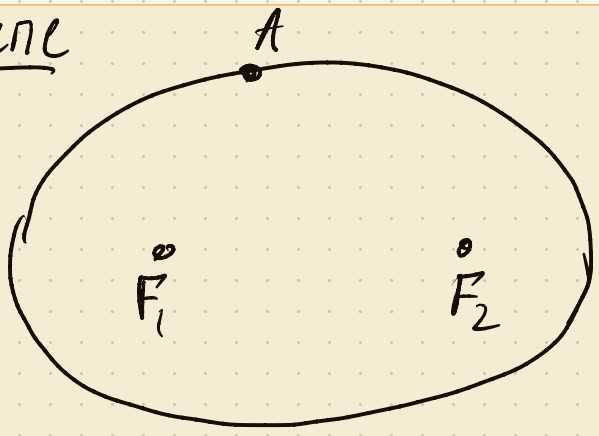


нельзя осветить
эту свечами!



Пример основан на следующем свойстве эллипса:

Эллипс

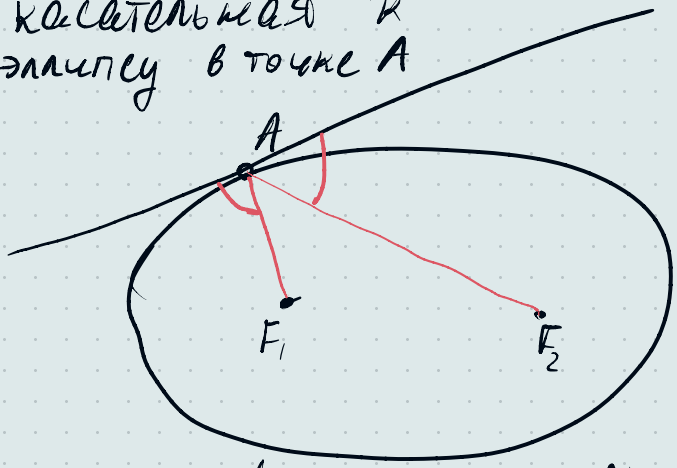


множество точек A , таких что

$$F_1A + F_2A = c$$

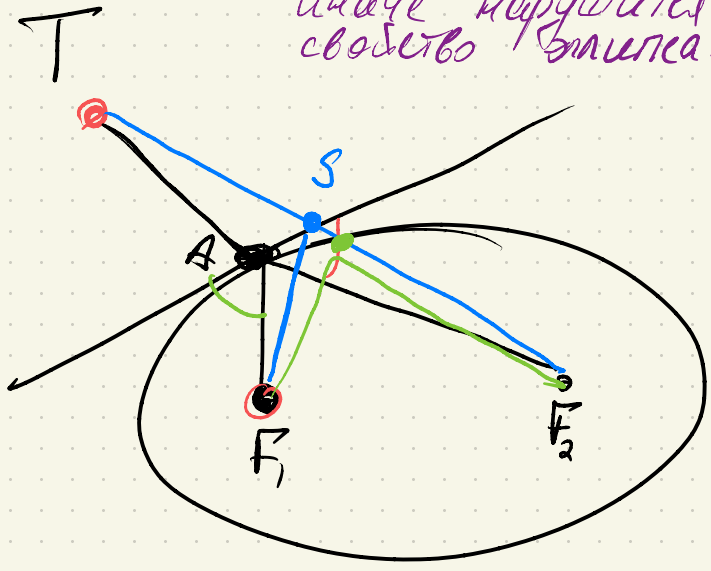
где точки F_1, F_2 (фокусы) выбраны заранее и c - число, большее чем F_1F_2

касательная к эллипсу в точке A

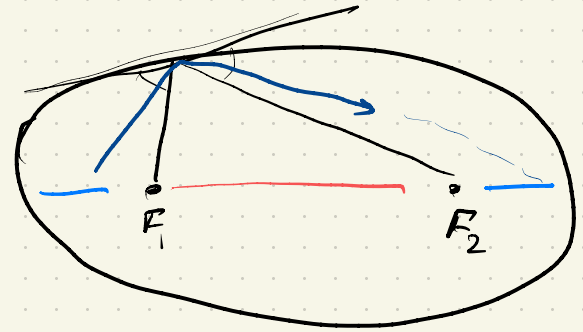
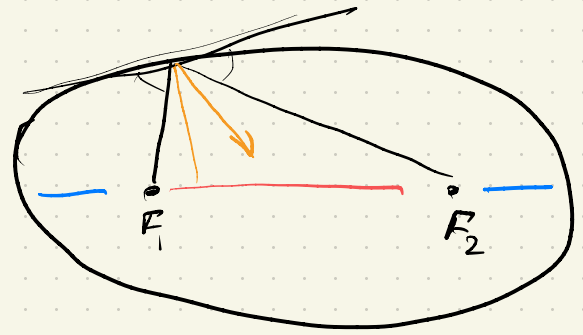


образует равные углы с AF_1, AF_2 !

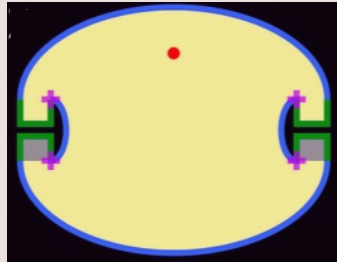
иначе нарушится свойство эллипса!



Из этого свойства следует,
что луч, проходящий от
точки между фокусами
не может отразиться
в точку, лежащую за
фокусом на прямой F_1F_2 .
(и наоборот!)



Поэтому будут
несвеченные
области:





Смотри мультфильм!