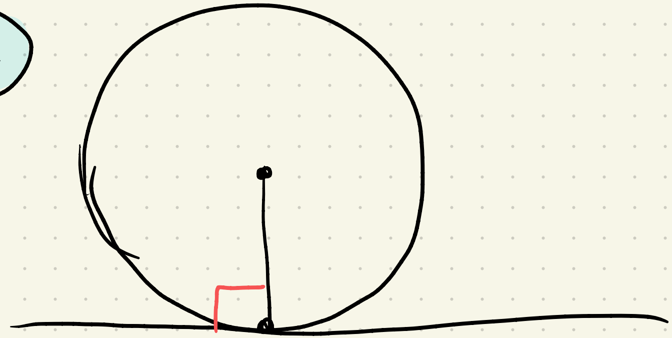
Касательная

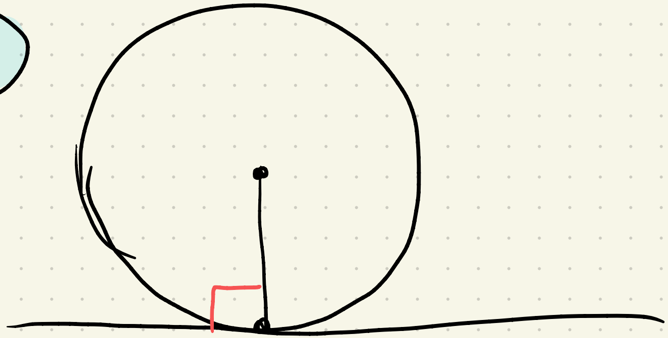
Микалоюс Чюрлёнис, 1906
„Солнце вступает в знак рыб"

1.



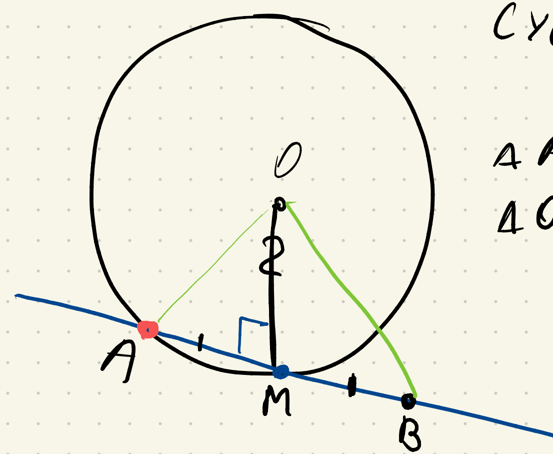
касательная
перпендикулярна
радиусу

1.



касательная перпендикулярна радиусу

Решение:



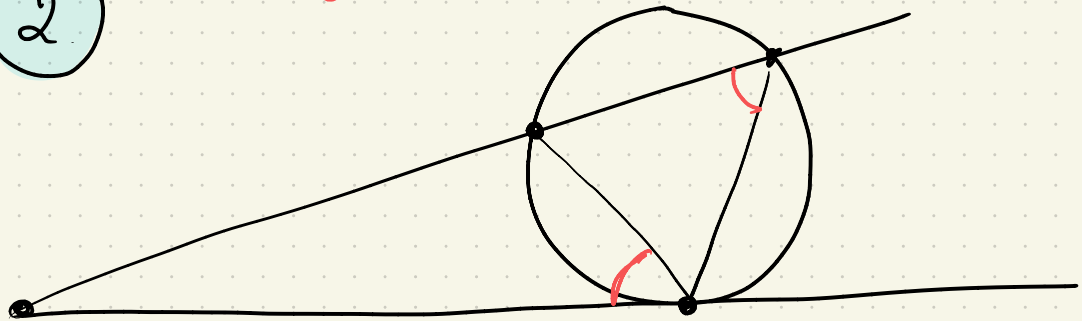
СУС $\Rightarrow$

$\triangle AOM \cong \triangle OMB$

но: $OA^2 \neq OB^2$

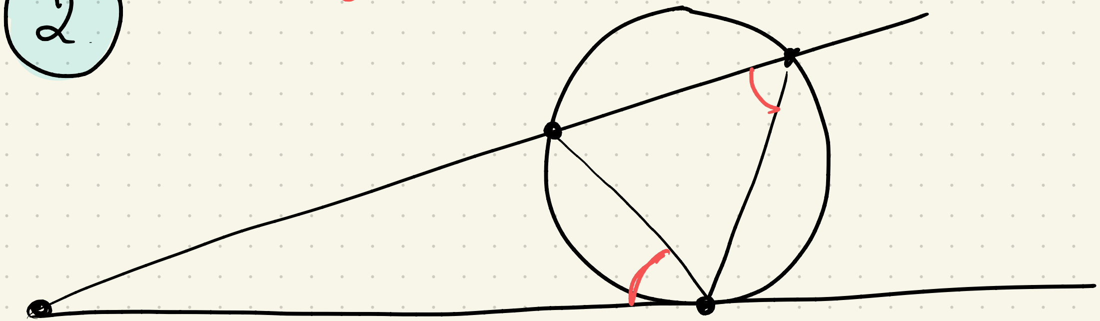
2

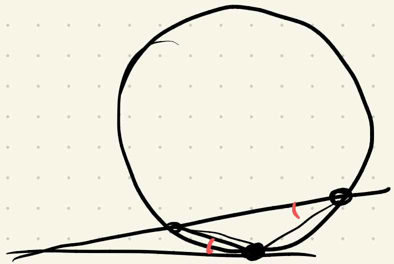
Доказать:



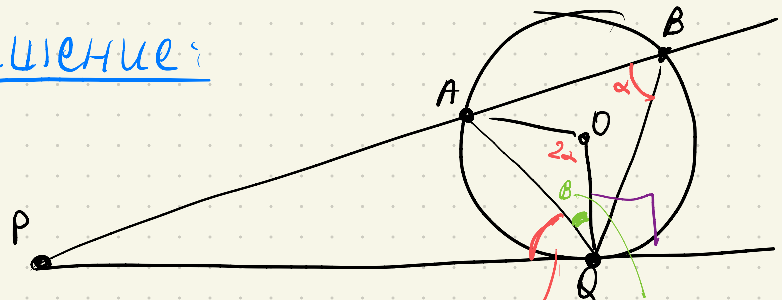
2

Доказать:





Решение:



$90° - (90° - \alpha) = \alpha$

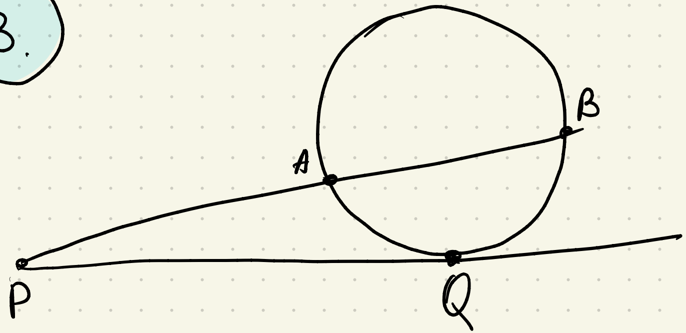
$\frac{180° - 2\alpha}{2} = 90 - \alpha$

(радиус ⊥ касательной)

↑ перпендикулярен

- Пусть $\alpha = \angle ABQ$,
  тогда $\angle AOQ = 2\alpha$
- $\triangle AOQ$: $OA = OQ \Rightarrow$
  $\angle OQA = \angle OAQ = \frac{180° - 2\alpha}{2} = 90° - \alpha$
- $OQ \perp PQ$ (радиус ⊥ касательной)
- $\angle AQP = 90° - \angle OQA = 90° - (90° - \alpha) = \alpha$

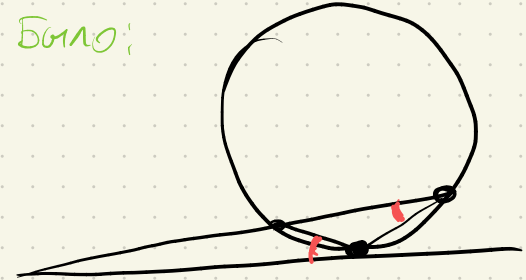
3.



Доказать:

$$PQ^2 = PA \cdot PB$$

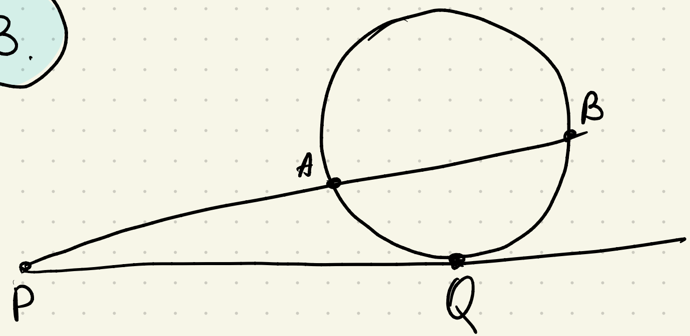
Было:



Подобные треугольники:

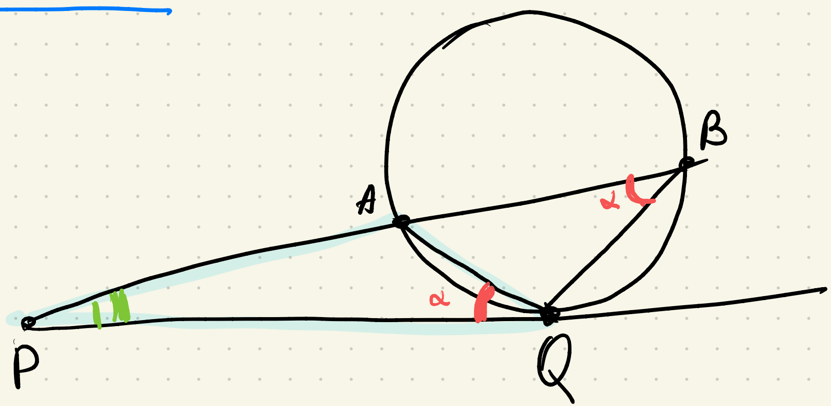
$$\triangle PQB \sim \triangle PAQ$$

3.

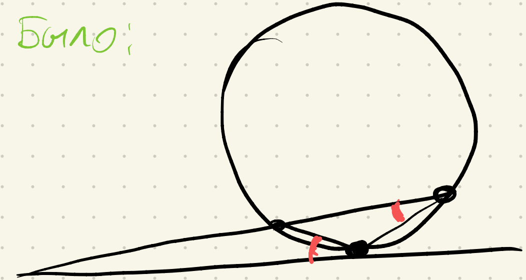


Доказать: $PQ^2 = PA \cdot PB$

Решение:

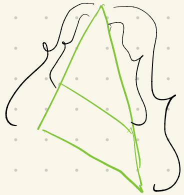


Было:



Подобные треугольники:

$$\triangle PQB \sim \triangle PAQ$$

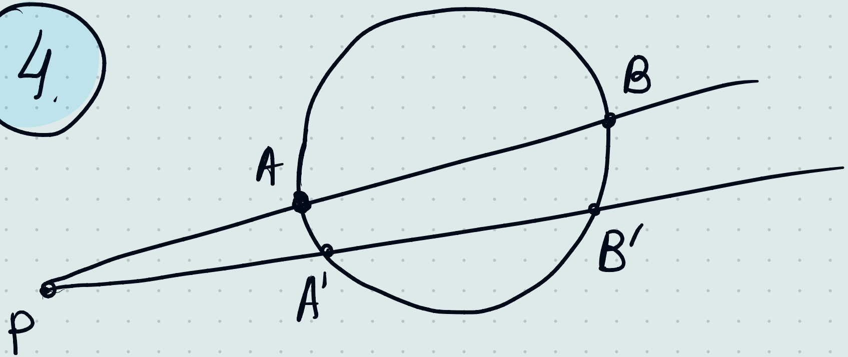


$$\frac{PB}{PQ} = \frac{BQ}{AQ} = \frac{PQ}{PA}$$

$$\frac{PB}{\cancel{PQ}} \cdot \cancel{PQ} \cdot PA = \frac{PQ}{\cancel{PA}} \cdot PQ \cdot \cancel{PA}$$

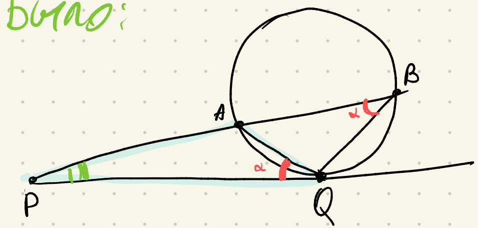
$$PB \cdot PA = PQ^2$$

4.



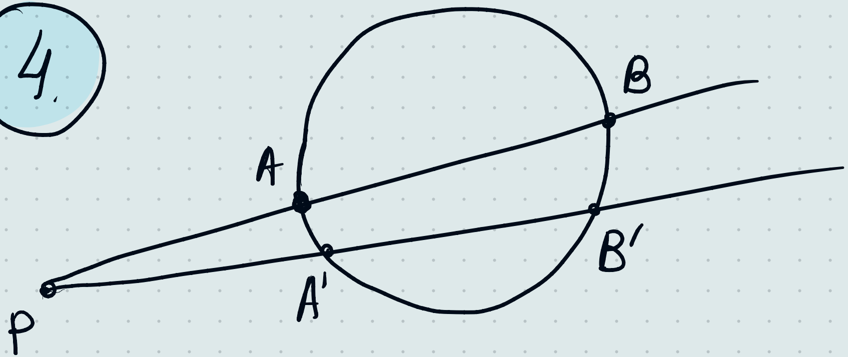
Доказать: $PA \cdot PB = PA' \cdot PB'$

Было:



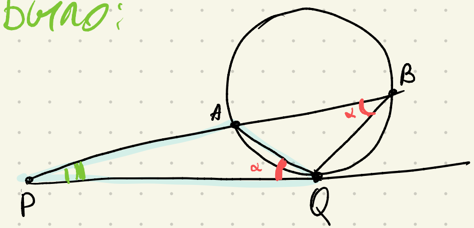
$PQ^2 = PA \cdot PB$

4.



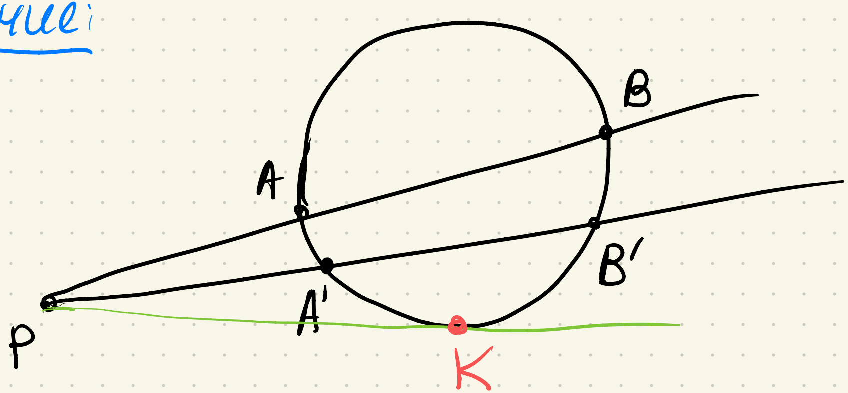
Доказать: $PA \cdot PB = PA' \cdot PB'$

Было:



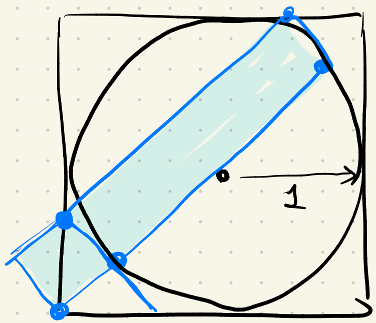
$PQ^2 = PA \cdot PB$

Решение:



$$PA \cdot PB \qquad\qquad PA' \cdot PB'$$
$$\shortparallel \qquad\qquad\qquad \shortparallel$$
$$PK^2 \quad = \quad PK^2$$

5.

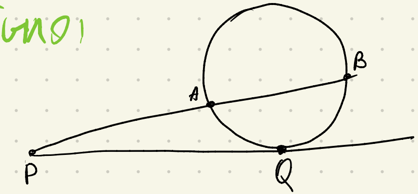


Найти:

площадь прямоугольника?

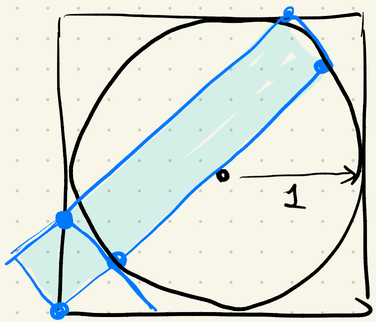
- В круг радиуса 1 вписан в квадрат
- Из угла квадрата проведена диагональ, до пересечения с кругом
- В точках пересечения проведены касательные до стороны квадрата

Было:



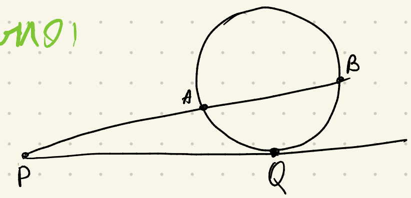
$PQ^2 = PA \cdot PB$

5.



- В круг радиуса 1 вписан в квадрат
- Из угла квадрата проведена диагональ, до пересечения с кругом
- В точках пересечения проведены касательные до стороны квадрата

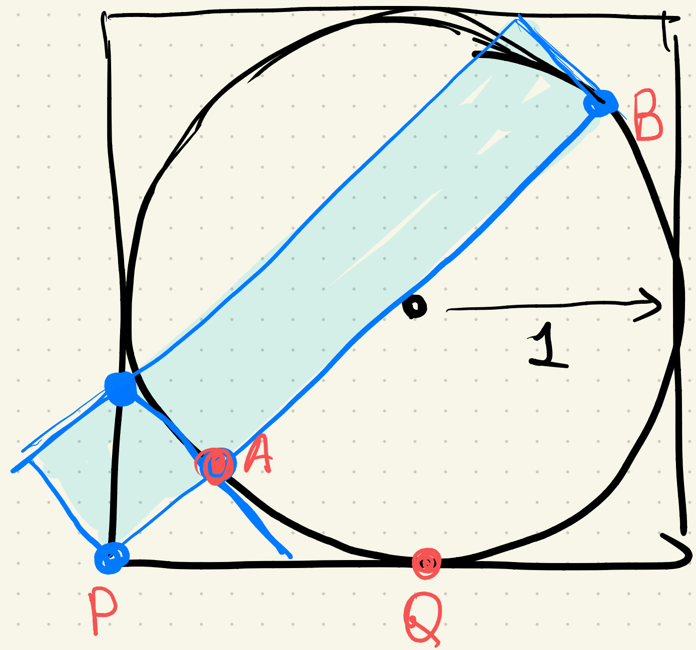
Было:



$PQ^2 = PA \cdot PB$

Найти:

площадь прямоугольника?

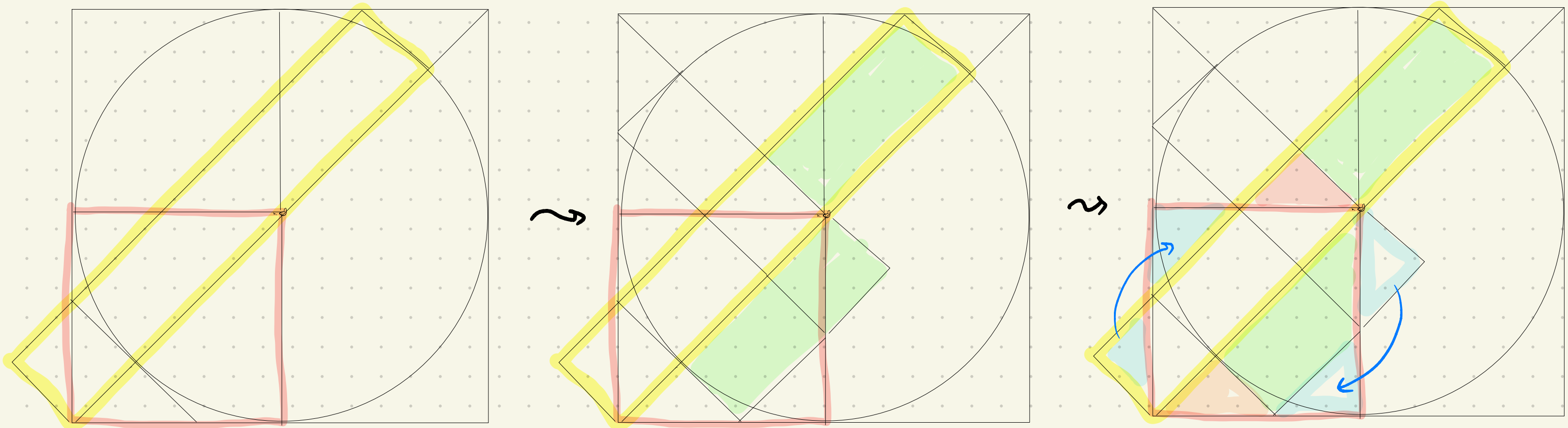


Решение:

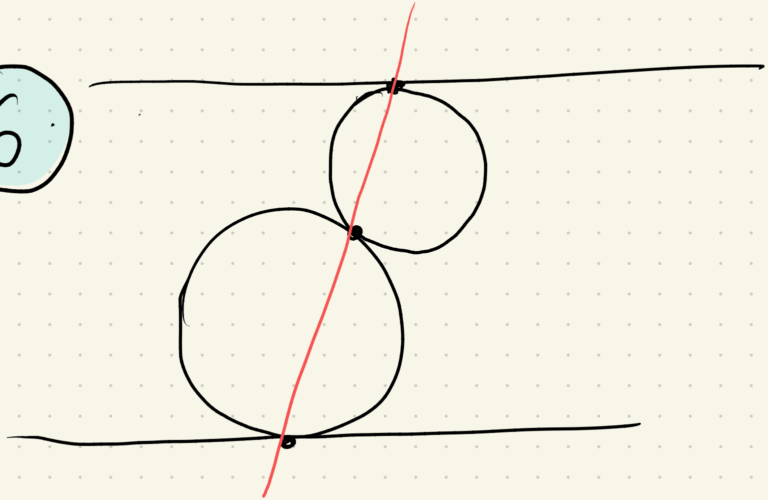
$S_{\square} = PB \cdot PA$

$= PQ^2 = \square 1 = 1$

1



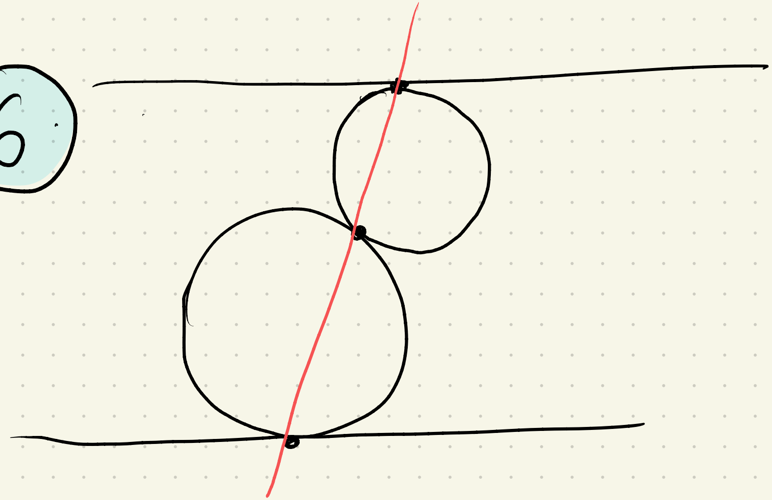
6



Дано: прямые параллельны

Доказать: три точки касания лежат на одной прямой

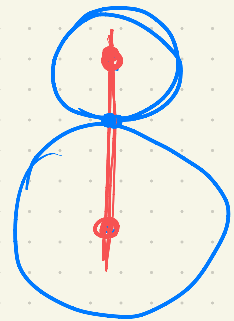
6

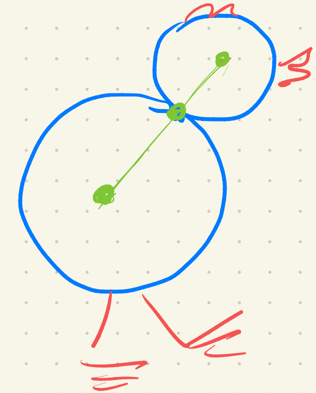


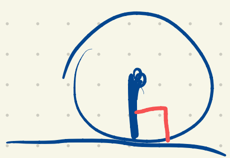
Дано: прямые параллельны

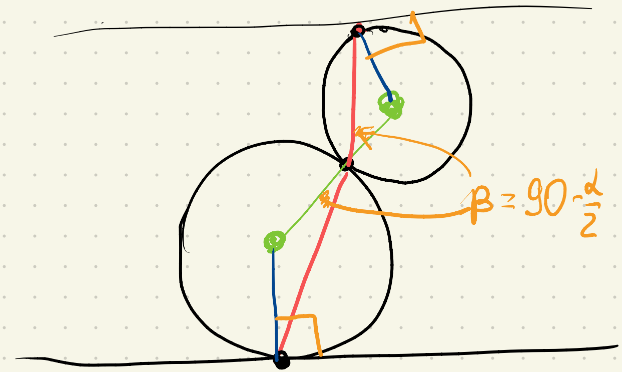
Доказать: три точки касания лежат на одной прямой

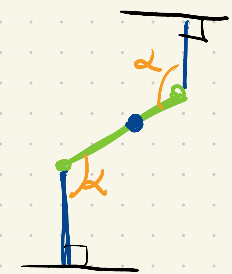
Решение



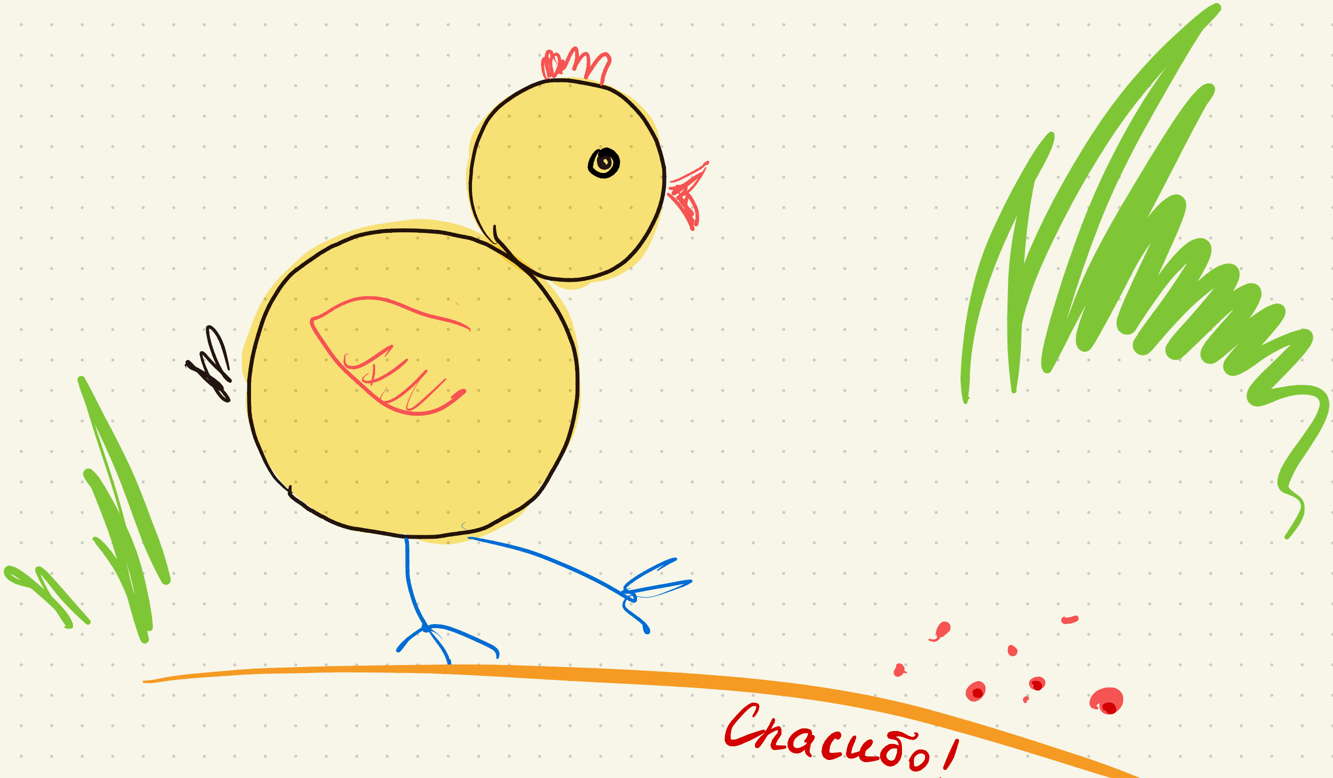








$\Rightarrow$ Красные отрезки лежат на одной прямой


Спасибо!