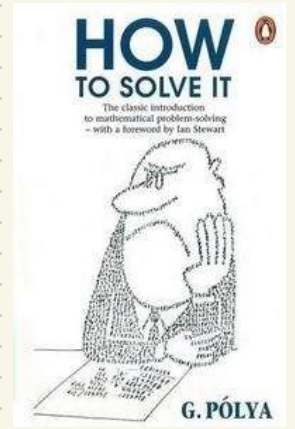


Как решать - 1
задачу?

Как решать
задачу?



1. Понять задачу

2. Придумать план

3. Реализовать план

4. Проверить

HOW TO SOLVE IT

UNDERSTANDING THE PROBLEM

First. *You have to understand the problem.*
What is the unknown? What are the data? What is the condition? Is it possible to satisfy the condition? Is the condition sufficient to determine the unknown? Or is it insufficient? Or redundant? Or contradictory?
Draw a figure. Introduce suitable notation.
Separate the various parts of the condition. Can you write them down?

DEVISING A PLAN

Second. *Find the connection between the data and the unknown. You may be obliged to consider auxiliary problems if an immediate connection cannot be found. You should obtain eventually a plan of the solution.*
Have you seen it before? Or have you seen the same problem in a slightly different form?
Do you know a related problem? Do you know a theorem that could be useful?
Look at the unknown! And try to think of a familiar problem having the same or a similar unknown.
Here is a problem related to yours and solved before. Could you use it? Could you use its result? Could you use its method? Should you introduce some auxiliary element in order to make its use possible? Could you restate the problem? Could you restate it still differently? Go back to definitions.

If you cannot solve the proposed problem try to solve first some related problem. Could you imagine a more accessible related problem? A more general problem? A more special problem? An analogous problem? Could you solve a part of the problem? Keep only a part of the condition, drop the other part; how far is the unknown then determined, how can it vary? Could you derive something useful from the data? Could you think of other data appropriate to determine the unknown? Could you change the unknown or the data, or both if necessary, so that the new unknown and the new data are nearer to each other? Did you use all the data? Did you use the whole condition? Have you taken into account all essential notions involved in the problem?

CARRYING OUT THE PLAN

Third. *Carrying out your plan of the solution, check each step. Can you see clearly that the step is correct? Can you prove that it is correct?*

LOOKING BACK

Fourth. *Examine the solution obtained.*
Can you check the result? Can you check the argument? Can you derive the result differently? Can you see it at a glance? Can you use the result, or the method, for some other problem?

Как решать задачу

ПОНИМАНИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ

I
Нужно ясно понять задачу.

Что неизвестно? Что дано? В чем состоит условие?

Возможно ли удовлетворить условию? Достаточно ли условие для определения неизвестного? Или недостаточно? Или чрезмерно? Или противоречиво?

Сделайте чертеж. Введите подходящие обозначения.

Разделите условие на части. Постарайтесь записать их.

СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА РЕШЕНИЯ

II
Нужно найти связь между данными и неизвестным. Если не удастся сразу обнаружить эту связь, возможно, полезно рассмотреть вспомогательные задачи. В конечном счете необходимо прийти к плану решения.

Не встречалась ли вам раньше эта задача? Хотя бы в несколько другой форме?

Известна ли вам какая-нибудь родственная задача? Не знаете ли теоремы, которая могла бы оказаться полезной?

Рассмотрите неизвестное! И постарайтесь вспомнить знакомую задачу с тем же или подобным неизвестным.

Вот задача, родственная с данной и уже решенная. Нельзя ли воспользоваться ею? Нельзя ли применить ее результат? Нельзя ли использовать метод ее решения? Не следует ли ввести какой-нибудь вспомогательный элемент, чтобы стало возможно воспользоваться прежней задачей?

Нельзя ли иначе сформулировать задачу? Еще иначе? Вернитесь к определениям.

Если не удастся решить данную задачу, попытайтесь сначала решить сходную. Нельзя ли придумать более доступную сходную задачу? Более общую? Более

частную? Аналогичную задачу? Нельзя ли решить часть задачи? Сохраните только часть условия, отбросив остальную часть: насколько определенным окажется тогда неизвестное; как оно сможет меняться? Нельзя ли извлечь что-либо полезное из данных? Нельзя ли придумать другие данные, из которых можно было бы определить неизвестное? Нельзя ли изменить неизвестное, или данные, или, если необходимо, и то и другое так, чтобы новое неизвестное и новые данные оказались ближе друг к другу?

Все ли данные вами использованы? Все ли условие? Приняты ли вами во внимание все существенные понятия, содержащиеся в задаче?

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ПЛАНА

III
Нужно осуществить план решения.

Осуществляя план решения, *контролируйте каждый свой шаг*. Ясно ли вам, что предпринятый вами шаг правилен? Сумеете ли доказать, что он правилен?

ВЗГЛЯД НАЗАД (изучение полученного решения)

IV
Нужно изучить найденное решение.

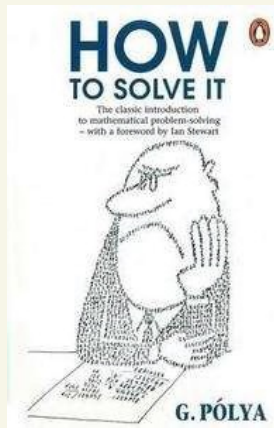
Нельзя ли *проверить результат*? Нельзя ли проверить ход решения?

Нельзя ли получить тот же результат иначе? Нельзя ли усмотреть его с одного взгляда?

Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать полученный результат или метод решения?

Как решать задачу? - 1

Как решать задачу?



1. Понять задачу
2. Придумать план
3. Реализовать план
4. Проверить

КАК ИСКАТЬ РЕШЕНИЕ? 1 (Сокращенный вариант таблицы)

1. Понять предложенную задачу.
2. Найти путь от неизвестного к данным, если нужно, рассмотрев промежуточные задачи („анализ“).
3. Реализовать найденную идею решения („синтез“).
4. Решение проверить и оценить критически.

2.

Сформулировать отношение (или отношения) между неизвестным и данными.

Преобразовать неизвестные элементы. Попытаться ввести новые неизвестные, более близкие к данным задачи.

Преобразовать данные элементы. Попытаться получить, таким образом, новые элементы, более близкие к искомым неизвестным.

Решить только часть задачи.

Удовлетворить только части условий: насколько неопределенным окажется тогда неизвестное? (Геометрические места!)

Обобщить. Рассмотреть частные случаи. Применить аналогию.

1.

Что гласит задача? Что дано? Что нужно найти?

Определено ли неизвестное данными задачи? Или они недостаточны, или же чрезмерны?

Нельзя ли сформулировать задачу иначе?

Нельзя ли найти связь между данной задачей и какой-нибудь задачей с известным решением? Или с задачей, решаемой проще? Решаемой сразу?

Эти вопросы нужно повторять каждый раз, когда в ходе решения наступает заминка, при решении каждой промежуточной задачи. Кроме того: Все ли данные задачи были уже использованы?

„Заменить термины их определениями“
(Паскаль).

3.

Испытывать правильность каждого шага, принимая лишь то, „что усматривается с полной ясностью или выводится с полной достоверностью“
(Декарт)

4.

Правдоподобен ли результат? Почему? Нельзя ли сделать проверку?

Нет ли другого пути, ведущего к полученному результату? Более прямого пути? Какие результаты еще можно получить на том же пути?