

21

ОБЪЁМ И размерность

Пабло Пикассо
„Девочка на шаре“, 1905

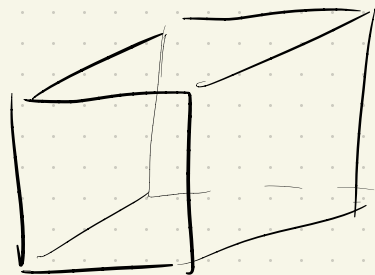


Йоханнес Гетц, 1988
„Мальчик, балансирующий на шаре“



Пабло Пикассо
„Девочка на шаре“, 1905





Мауриц Корнелис Эшер,
„Человек с кубом“, 1958

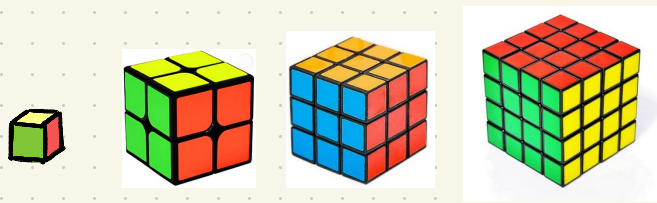
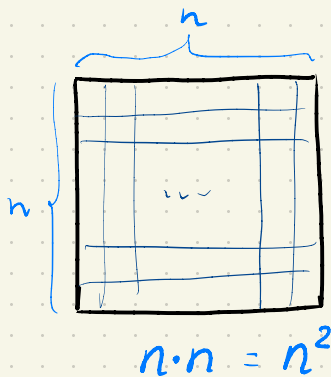
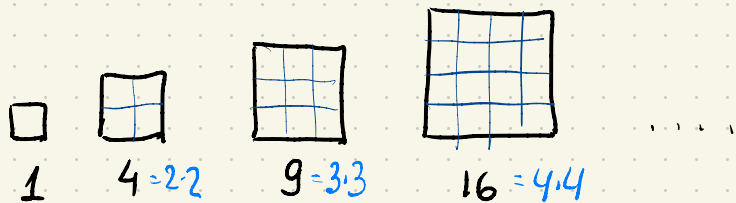
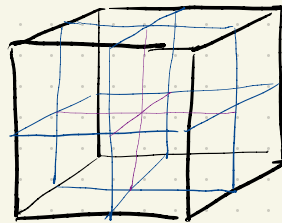


М.К. Эшер,
„Водопад“, 1961

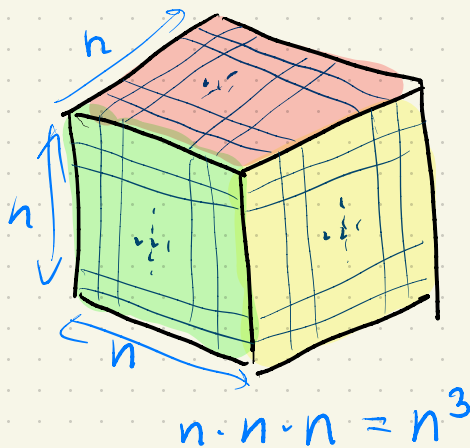


Подразобьем куб на меньшие кубики:

СКОЛЬКО их внутри?



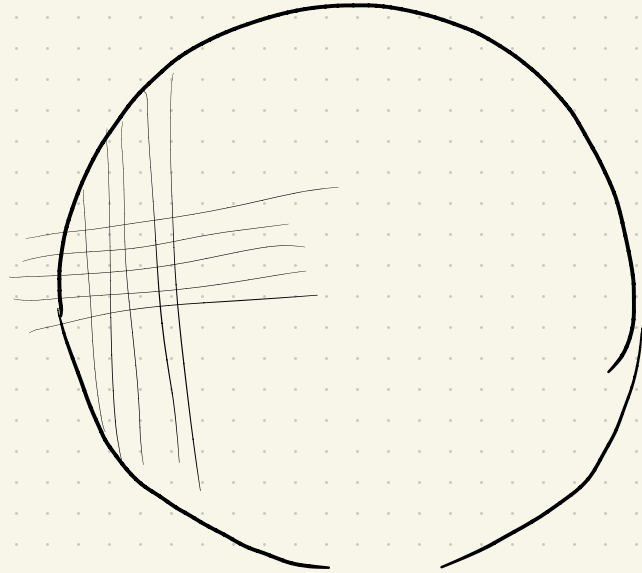
1 8 = 2 * 2 * 2
 3 * 3 * 3 = 27
 4 * 4 * 4 = 64



- При увеличении стороны квадрата в n раз площадь увеличится в n^2 раз



- При увеличении радиуса круга в n раз, площадь увеличится в n^2 раз

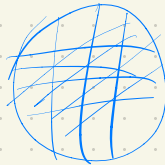


- При увеличении стороны квадрата в n раз площадь увеличится в n^2 раз

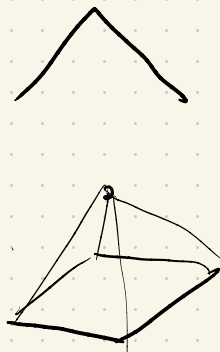
- При увеличении радиуса круга в n раз, площадь увеличится в n^2 раз

- При увеличении стороны куба в n раз объем увеличится в n^3 раз

- При увеличении радиуса шара в n раз, объем увеличится в n^3 раз

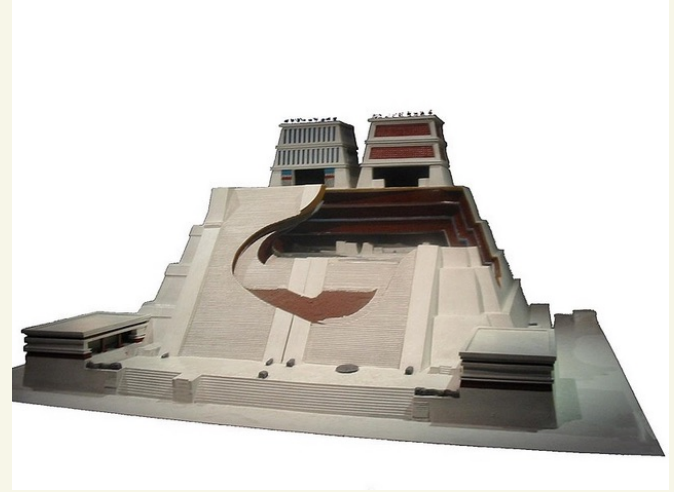


Пирамиды Мексики



Теотihuакан , 50 км от Мехико , ≈ II век н.э.

Пирамиды Мексики : Вложенная структура



Темпло Майор, Мехико
(ист: „Большой храм”), ≈ 1325 г



Одномерный куб:
(отрезок)

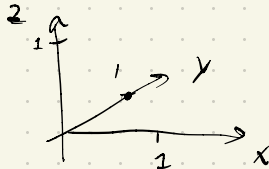
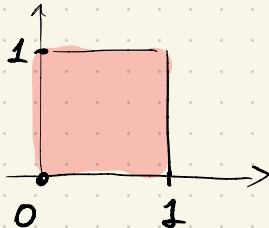
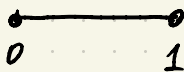
Двумерный куб:
(квадрат)

Трёхмерный куб

⋮

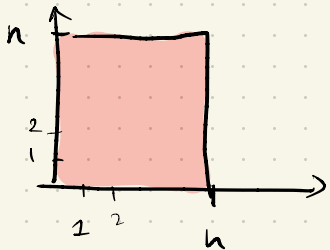
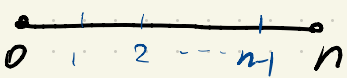
Четырёхмерный куб

со стороной 1



$$\left\{ (x, y, z) \mid \begin{array}{l} 0 < x < 1 \\ 0 < y < 1 \\ 0 < z < 1 \end{array} \right\}$$

со стороной n



Объем
(= длина)

$$n$$

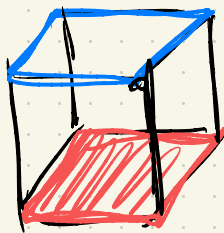
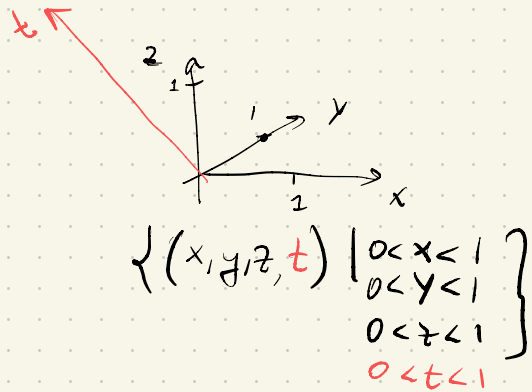
$$n^2$$

$$n^3$$

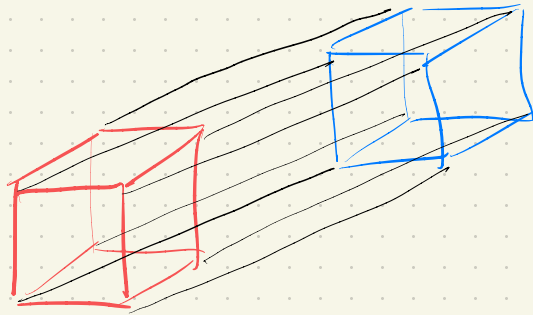
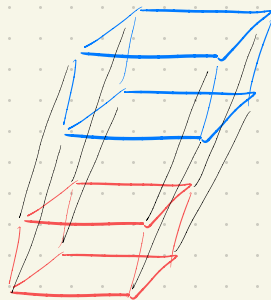
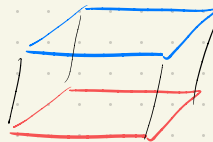
$$n^4$$

Четырёхмерный куб

как нарисовать?



1. Копия



Пабло Пикассо
„Дома на Холме“, 1909

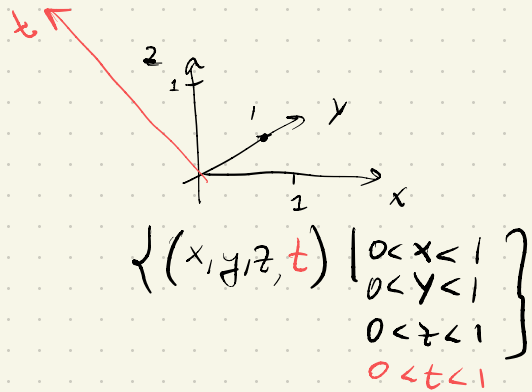


Жорж Брак
«Дома в Эстаке», 1908 г.

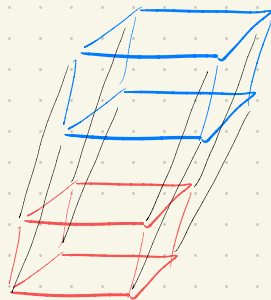
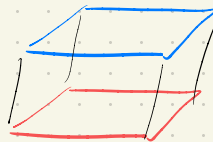


Четырёхмерный куб

как нарисовать?

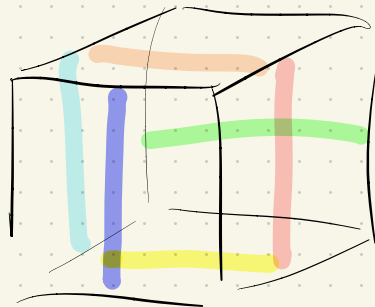
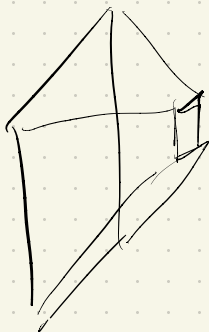
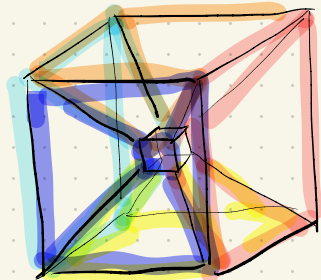
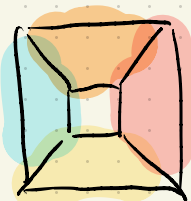


1. Копия



2. "Изнутри"

$2 + 6 = 8$
граней

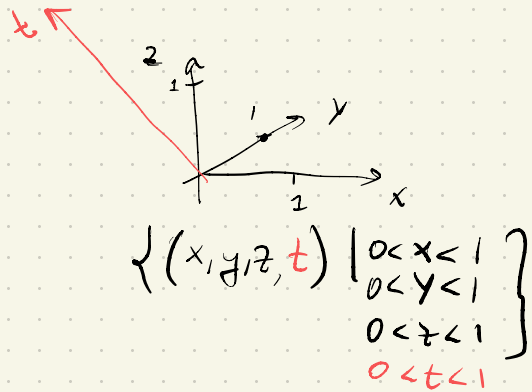


М.С. Эшер,
"Другой мир", 1947.

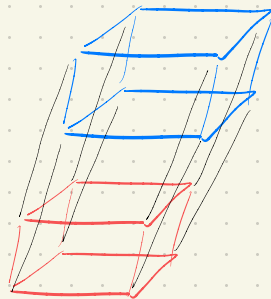
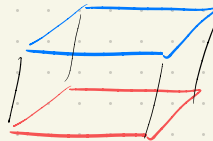


Четырёхмерный куб

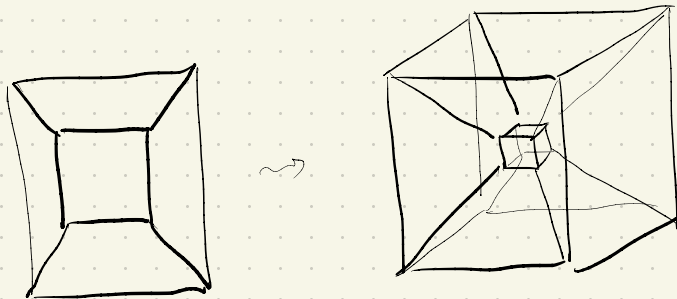
как нарисовать?



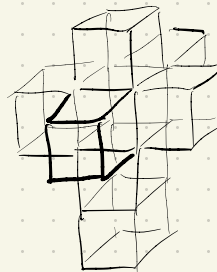
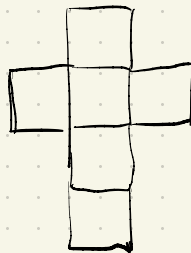
1. Копия



2. "Изнутри"



3. Развертка



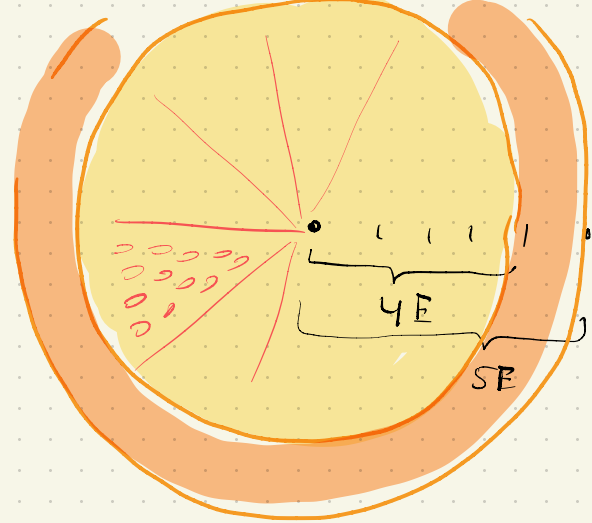
Сальвадор Дали
„Распятие или гиперкубическое тело“,
1954



Апельсин

радиус : 5 см

корка 1 см



Какую часть объема составляет корка?

$$\frac{2}{3}$$

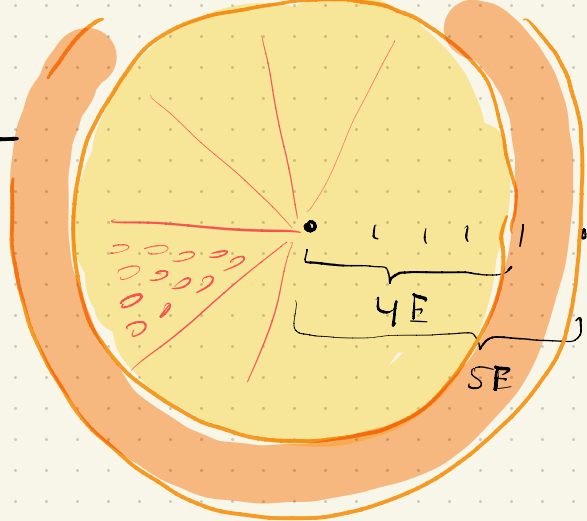
$$\frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{4} ?$$

Десятимерный апельсин

E
—
единица
измерения

такая, что 10-мерный
шар радиуса E
имеет объем 1



Тогда: объем шара радиуса $4E$ равен 4^{10} ,

а объем шара радиуса $5E$ равен 5^{10} ,

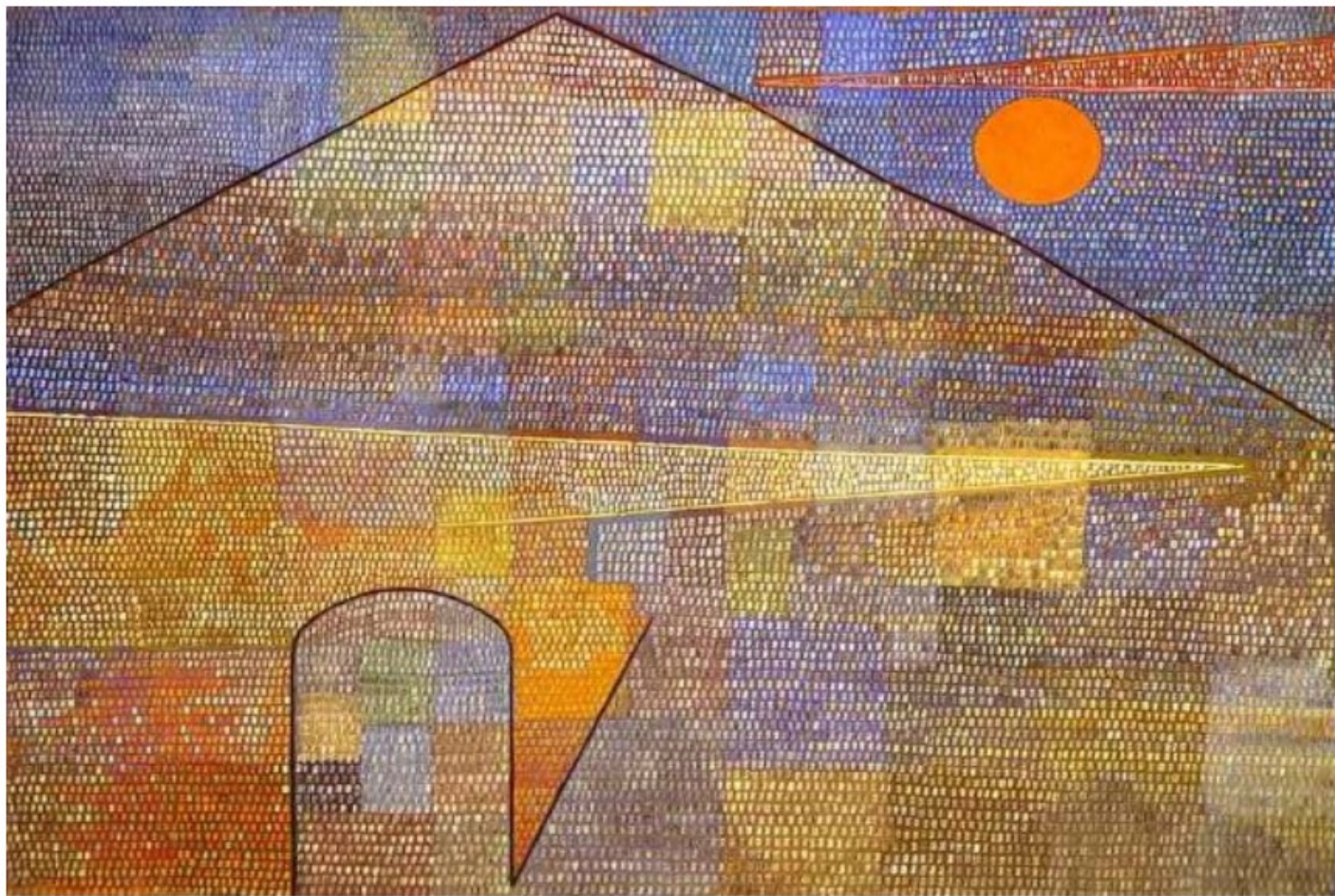
$$\begin{aligned} \text{Т.е. } \frac{\text{объем корки}}{\text{объем всего апельсина}} &= \frac{5^{10} - 4^{10}}{5^{10}} = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = 1 - 0,068719477 = \\ &= 0,931280523 \end{aligned}$$

Поль Сезанн
„Натюрморт
с яблоками
и апельсинами“
1900



Пауль Клее, „Архитектура“, 1923



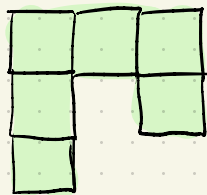
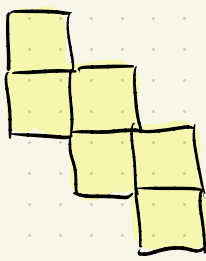
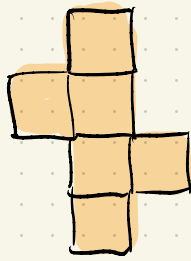
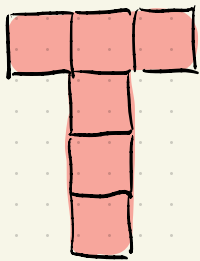


Пауль Клее, „На Парнасе“, 1932

Задания

① В какой размерности корка апельсина ближе всего к половине его объема?

② Какие из следующих фигур являются развертками трёхмерного куба?



Какие еще развертки куба можно нарисовать?

③ Нарисуйте четырёхмерный город.



Сальвадор Дали, «В поисках четвертого измерения», 1979.