

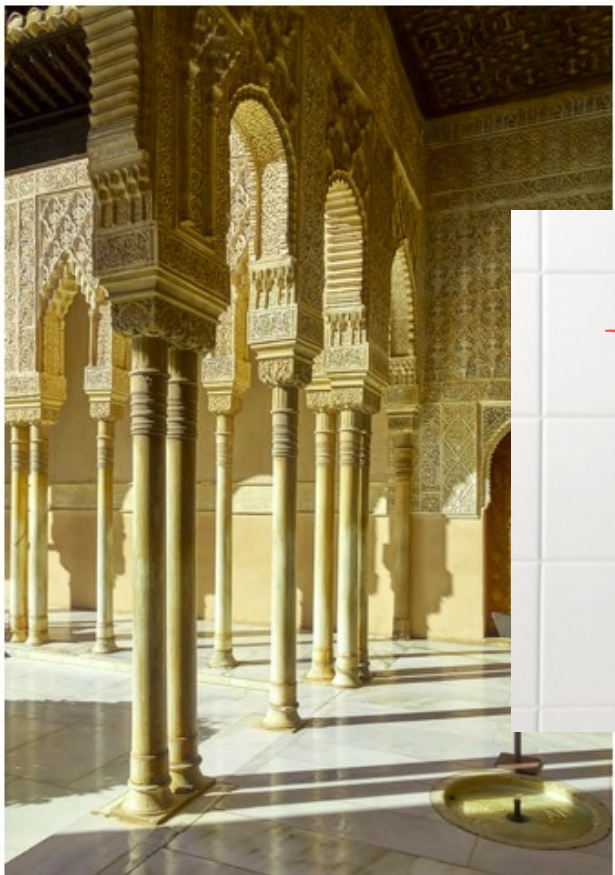
3 | Группы симметрий



Альгамбра, Гранада
(1230 – 1492)



3 | Группы симметрий



Альгамбра, Гранада
(1230 - 1492)



Тот же набор
симметрий
или другой?



Движения плоскости :



- тождественное

- отражение

- поворот

- параллельный перенос (сдвиг)

- скользящая симметрия



Как разные движения сосуществуют в виде симметрии одной картинке?



М.К. Эшер

✓ 0. Тождественная симметрия

~~1. Отражение~~

✓ 2. Поворот - на 180°

✓ 3. Сдвиг

~~4. Скользящая симметрия~~

Отражений и скользящих симметрий нет, потому что все кончики смотрят направо, если их поставить на хвост.

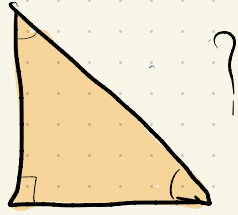
- Симметрии любого множества X образуют группу
т.е. удовлетворяют следующим условиям:

- e - (тривиальная) симметрия X
- если f, g - симметрии X , то $g \circ f$ - тоже
- если f - симметрия X , то f^{-1} - тоже
- $$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$
$$= h \circ g \circ f$$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

Пример:

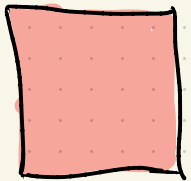
- Сколько движений в группе симметрии



- отражение r
- тождественная e

$\{e, r\}$

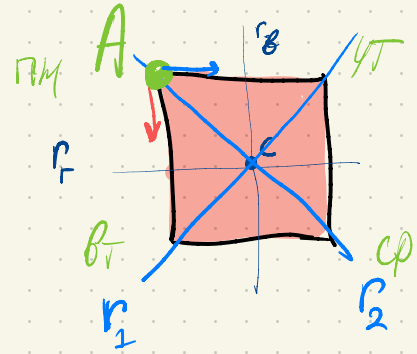
Пример: • Сколько движений в группе симметрии



e, r_2, r_4
 r_2, r_2
 поворот: $R_c, 270^\circ$
 $R_c, 180^\circ$
 $R_c, 90^\circ$

неправильный пример:
 про дни недели

1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
4	0	0	0	0



Почему других нет?

- 4 возможности для образа точки A с 4 вершинами
- либо отразить, либо нет

$A \rightarrow r_1 \begin{cases} \rightarrow \text{краем, или право} \\ \rightarrow \text{влево} \end{cases}$
 $\rightarrow r_2 \begin{cases} \rightarrow \text{право} \\ \rightarrow \text{лево} \end{cases}$
 $\rightarrow r_3 \begin{cases} \rightarrow \end{cases}$
 $\rightarrow r_4 \begin{cases} \rightarrow \end{cases}$

$\rightarrow 8 = 4 \cdot 2$

Александр Аксичин
"Веер Времени Т"

1979

