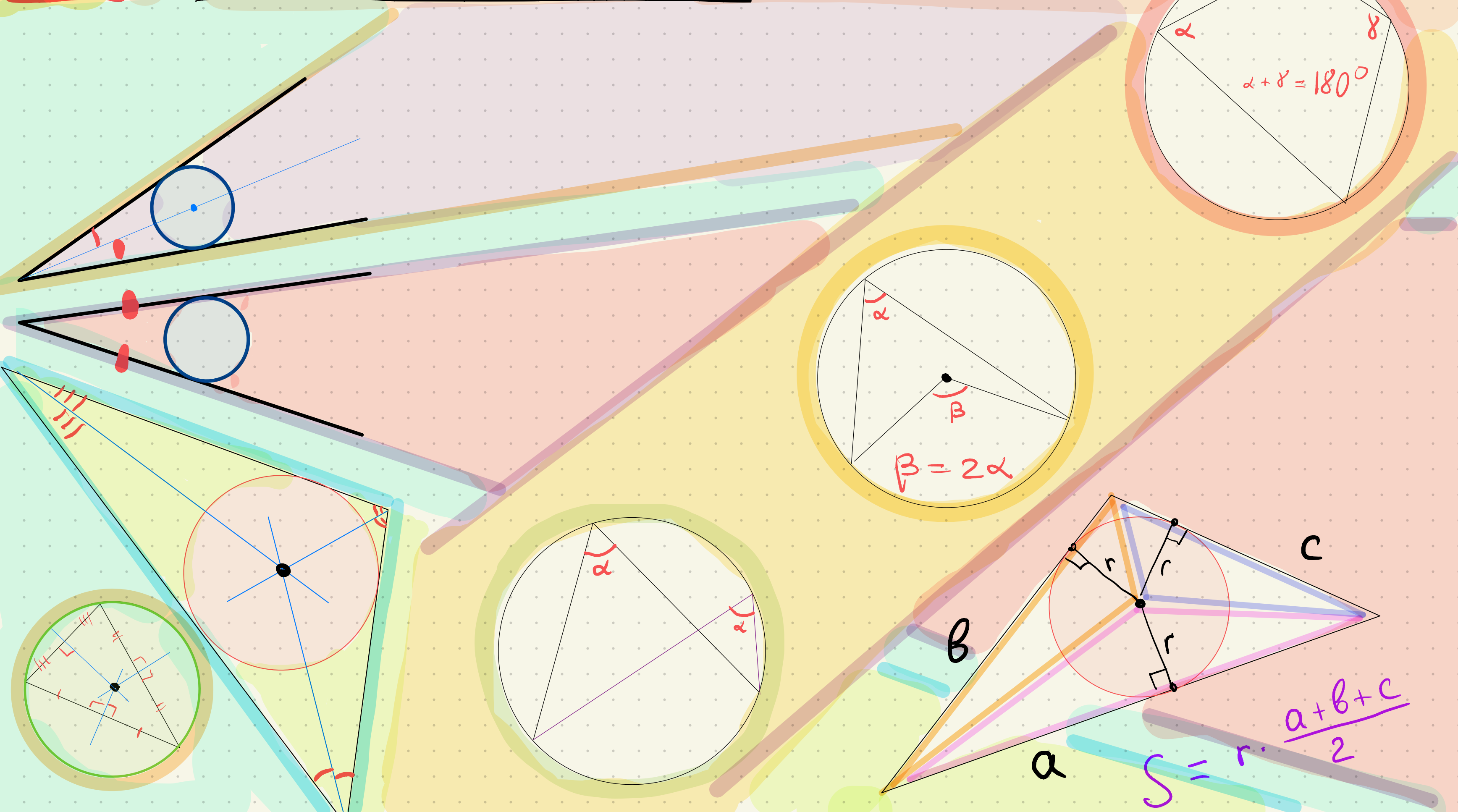
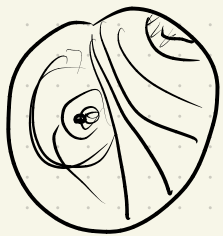
23 Еще о колпаках

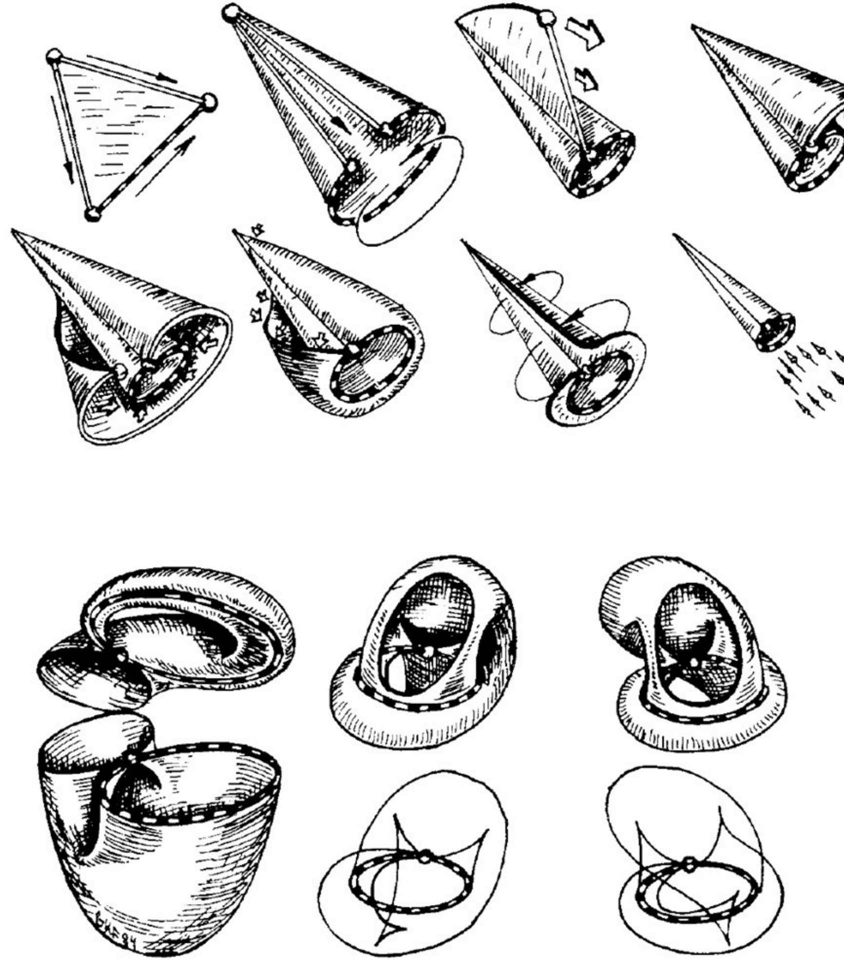


Шутовской колпак:

шар можно "сдавить" на
шутовской колпак,
но сам колпак никуда дальше
сдавить нельзя



Картинка из „Книжки с картинками"



Картинка 5. Шутовской колпак.

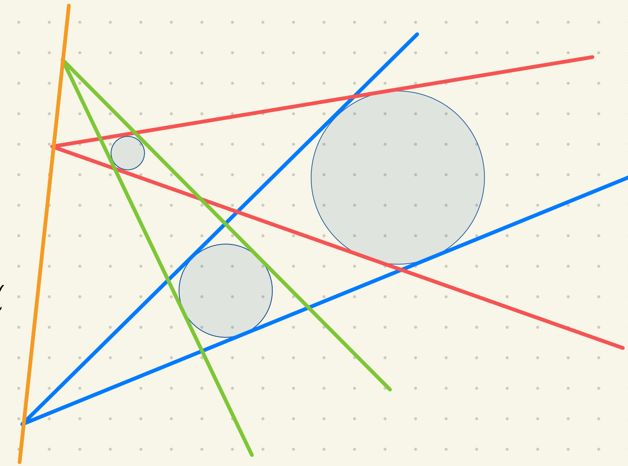
The Dunces' Hat

A tall pointed hat with a letter D or sometimes the word dunce was left conspicuously on a stool in the corner of the classroom. Pupils who were slow at learning were made to stand in the corner wearing the hat while the teacher, and probably other pupils as well, mocked them. Although this seems cruel to modern minds, in Victorian times it was thought that all pupils were capable of learning equally and that a slow or backward pupil was being deliberately lazy or reluctant to learn. The dunce would remain in the corner, sometimes standing on the stool, until the end of classes.

Название от "dunce's hat" - "дурацкий колпак", который надевали неуспевающим ученикам в виде наказания

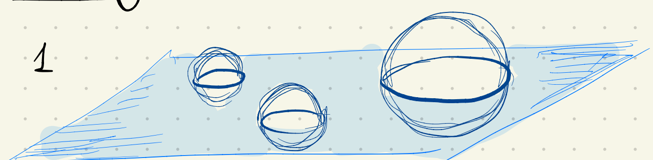
Теорема Мóнжа
(теорема о трёх колпаках)

Для трёх произвольных окружностей, каждая из которых не лежит внури другой, точки пересечения общих внешних касательных к каждой паре окружностей лежат на одной прямой.



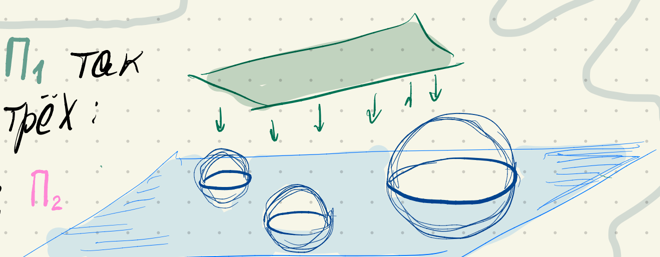
Доказательство

1



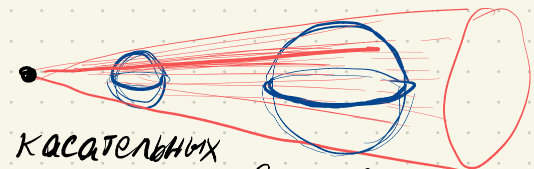
Построим шары на этих окружностях

2. Уроним на них плоскость Π_1 так что бы касмулась всех трёх:



Аналогично, есть плоскость Π_2 касающаяся трёх шаров снизу.

3. Построим конус, касающийся двух шаров.



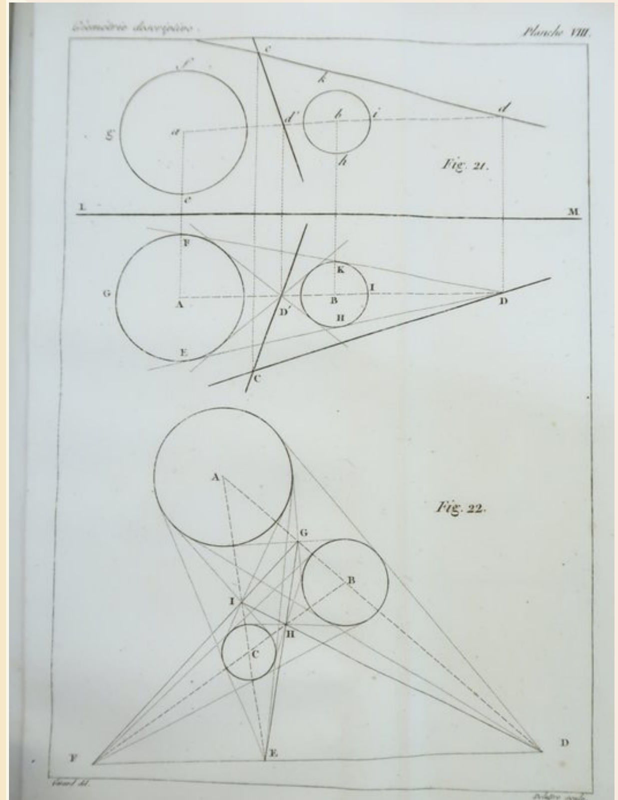
Любые две общих касательных к двум шарам пересекаются в его вершине

4. Поэтому вершины трёх конусов лежат на прямой l пересечения плоскостей Π_1 и Π_2

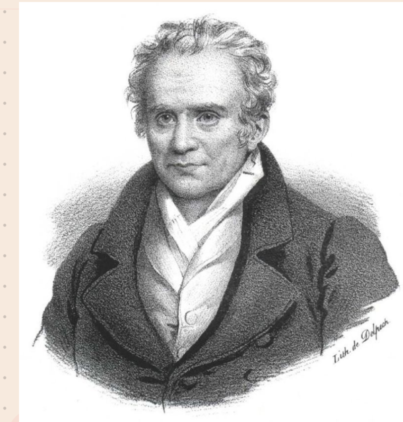
Теорему сформулировал Жан Д'Аламбер (1717–1783)

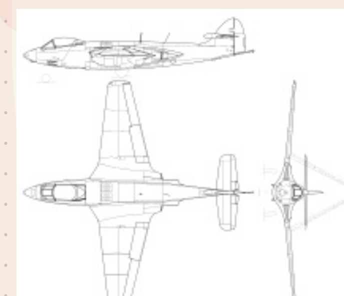
Портрет работы М.К. де Латура, 1753

Доказал Гаспар Монж (1746–1818)



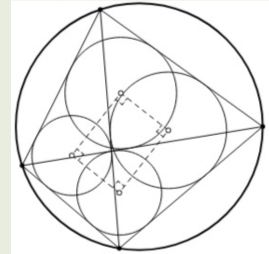
Gaspard Monge - Géometrie descriptive, Edition originale - 1799

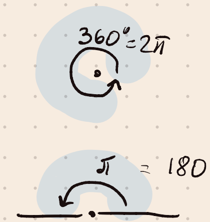


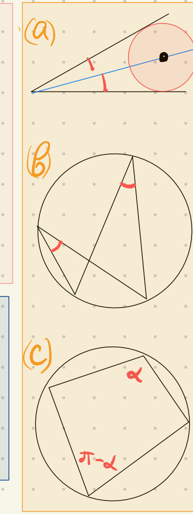


3 Проекции Монжа

① Докажите, что центры окружностей образуют прямоугольник.

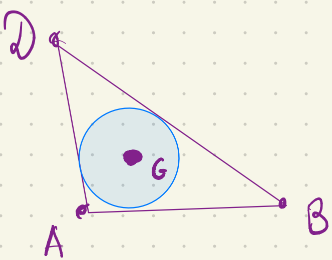






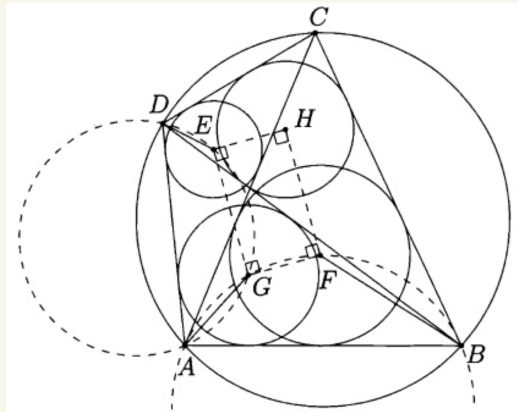
Решение:

1. Докажите, что $\angle AGB = \frac{\pi}{2} + \frac{\angle ADB}{2}$



(a)

$\angle AGB = \pi - \frac{\angle DBA + \angle BAD}{2} = \pi - \frac{\pi - \angle ADB}{2}$



2. $\angle AFB = ?$

$\angle AFB = \frac{\pi}{2} + \frac{\angle ACB}{2}$

по симметрии

Заметим, что $\angle ACB = \angle ADB$ т.к $ABCD$ — вписанный, т.е $\angle AGB = \angle AFB$

3. Докажите, что $AGFB$, $DEGA$ — вписанные

Т.к $\angle AGB = \angle AFB$, то по (b) $AGFB$ — вписанный, $DEGA$ — аналогично.

4. $\angle EGF = ?$

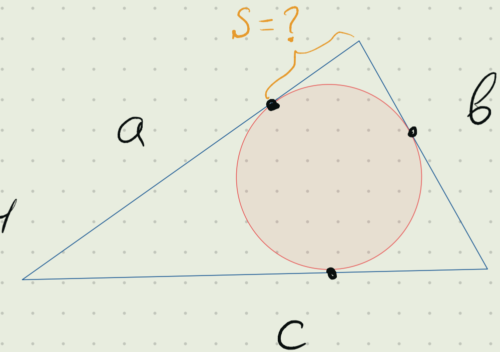
$\angle EGF = 2\pi - \angle AGF - \angle AGE =$

$= \angle ABF + \angle ADE =$

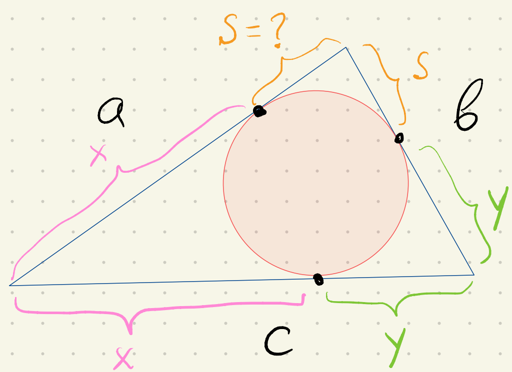
$= \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ADC) = \frac{\pi}{2}$

② В треугольник со сторонами a, b, c вписана окружность.

Найдите s – расстояние от вершины до точки касания



Решение:



$$a+b+c = 2s + 2y + 2x$$

$$= 2s + 2(y+x)$$

$$= 2s + 2c$$

$$2s = a+b-c$$

$$\boxed{s = \frac{a+b-c}{2}}$$


СПАСИБО!
СПАСИБО!
СПАСИБО!