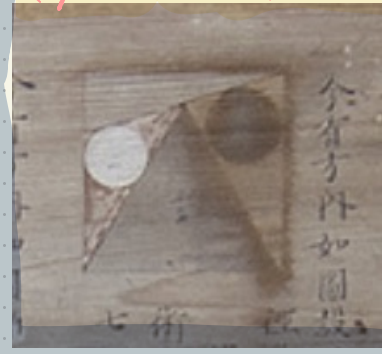
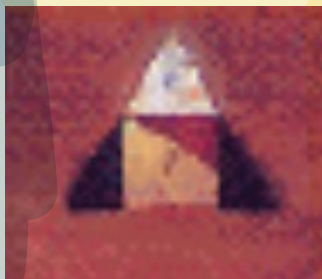


91

Три задачи

про правильный

Треугольник



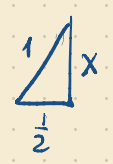
Решение:

а) катаяская разминка



а) Найдите высоту равностороннего треугольника со стороной 1

Ответ: $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$



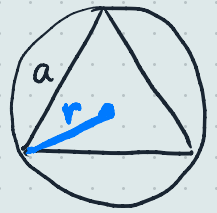
Пифагор:
 $x^2 + (\frac{1}{2})^2 = 1$
 $x^2 = \frac{3}{4}$
 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$



б) Найдите площадь четырёхугольника и длину его короткой стороны d

Ответ: $d = \frac{\sqrt{3}}{6}$

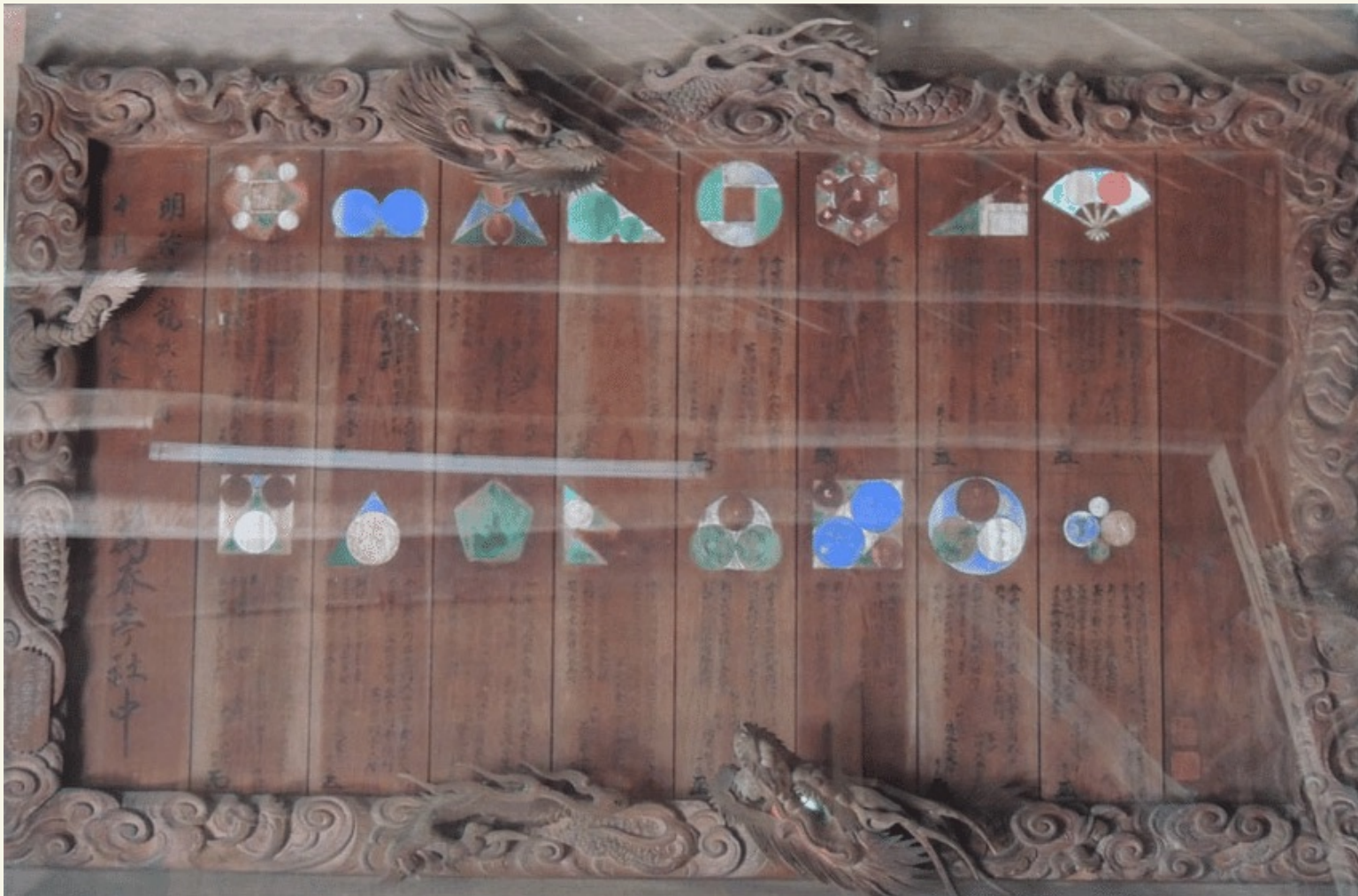
$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
 $S_{\text{triangle}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{12}$
 $S_{\text{triangle}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot d = \frac{d}{2}$
 $d = \frac{\sqrt{3}}{6}$



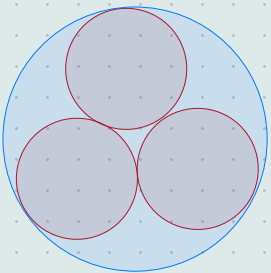
с) Найдите r , зная a

Ответ: $r = \frac{\sqrt{3}}{3} a$

$r = x - d$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} a - \frac{\sqrt{3}}{6} a = \frac{2}{6} \sqrt{3} a$
 $= \frac{\sqrt{3}}{3} a$

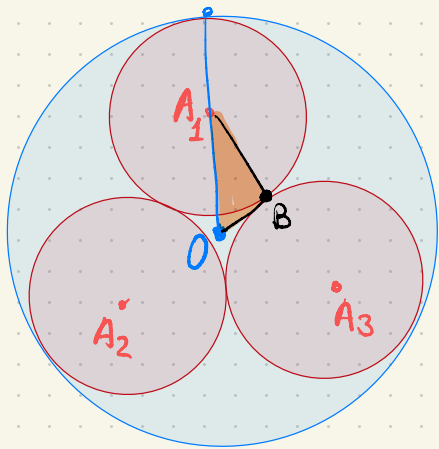


Сантаку из храма Katayamahiko, 1873 (Murahisogun Okayama)

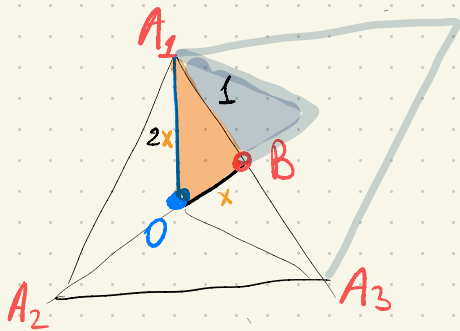


1. Радиус маленьких окружностей 1 см
Найдите радиусе большой окружности

Решение!



Треугольник $A_1A_2A_3$ -
равносторонний
(из симметрии)



$$OA_1 = 2OB$$

(полovina
равностороннего
треугольника)
Обозначим $x = OB$

По теореме Пифагора
(для $\triangle OAB$)

$$(2x)^2 = x^2 + 1^2$$

т.е

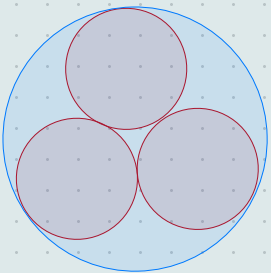
$$3x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

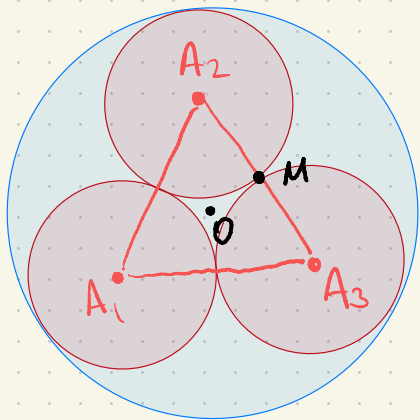
$$R = 1 + OA_1 = 1 + 2x =$$


$$= 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

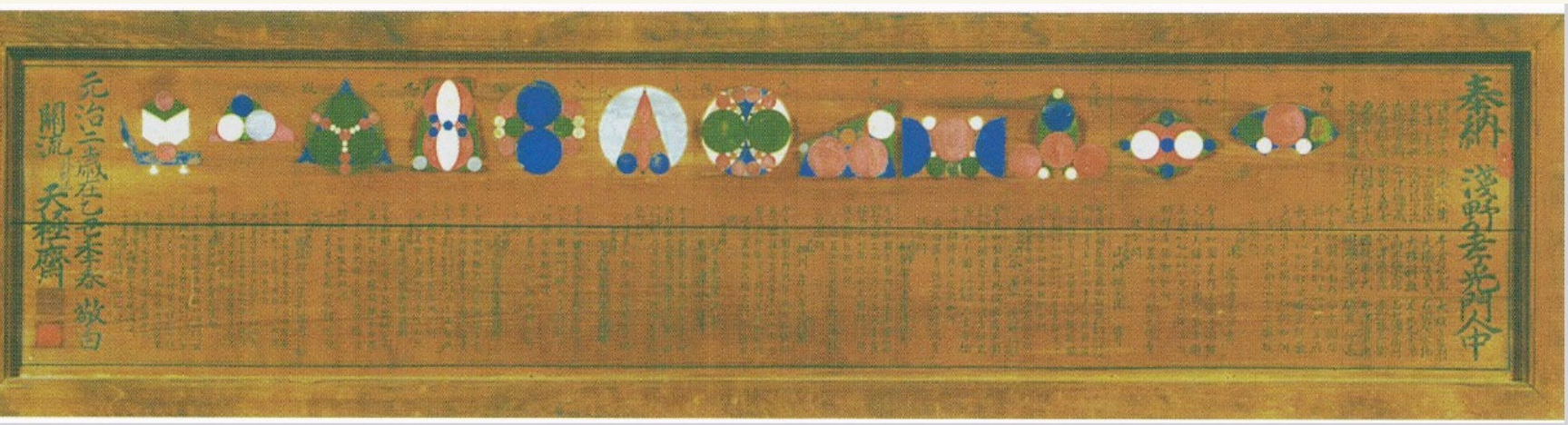


① Радиус маленьких окружностей 1 см
Найдите радиус большой окружности

Другое решение:

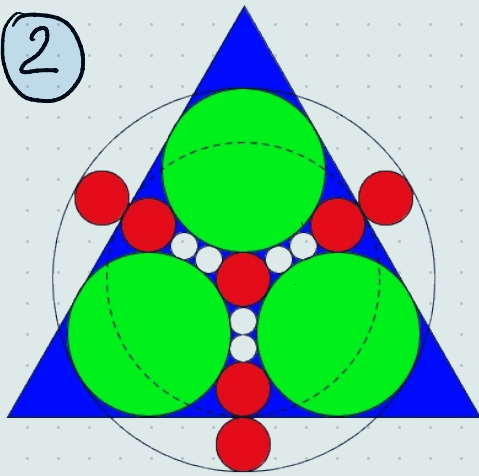


- Треугольник $A_1A_2A_3$ равносторонний, со стороной 2.
- Расстояние от его центра до стороны $OM = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (2-d из разминки)
- $OA_1 = 2 \cdot OM = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ (медианы делят друг друга 2:1 )
- $R = 1 + OA_1 = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$



Сампану из храма Meiseirinji, 1865 (Ogaki, Gifu)

2

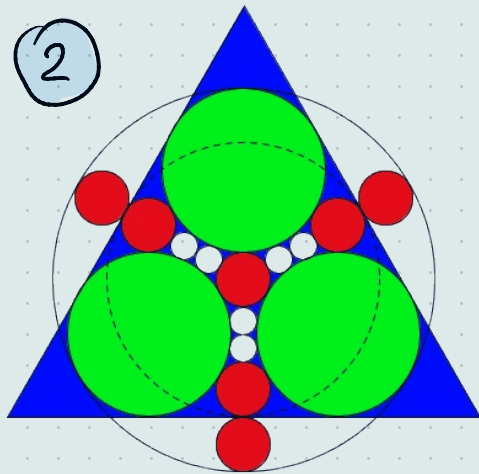


В синем равностороннем треугольнике три зеленых окружности радиуса a четыре красных окружности радиуса b и шесть белых окружностей радиуса c .
Радиус наружной окружности R ,
а пунктирной — r .
Найти c , как выражение от r .

Задача придумана 15-тилетним мальчиком

Сколько окружностей на картинке?

②



Дано: a, b, c, R, r
Найти $c(r)$.

Решение:

$$\begin{cases} (1) R = 5b + 4c \\ (2) r = 3b + 4c \\ (3) R = b + 2a \\ (4) a + b = 2b + 4c \end{cases}$$

$R =$

$r =$

$R =$

4: $a = b + 4c$

3: $R = b + 2a = b + 2(b + 4c) = 3b + 8c$

1: $= 5b + 4c$

$2b = 4c$, т.е. $b = 2c$,

$r = 10c, b = 2c, a = 6c$
 $R = 14c$

ABC - равносторонний
т.к. $\angle ABC = 60^\circ$,
 $a \angle ACB = \angle ABC = 60^\circ$
и $\angle BAC = 180^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 60^\circ$

(2) $r = 3b + 4c = 3 \cdot 2c + 4c = 10c$

Ответ: $c = \frac{1}{10} r$

Самая Большая известная табличка самгаку, 620 см x 140 см



- из храма Аве но Монжуин (префектура Fukushima)
повешена учениками Сакита Юкен в 1877

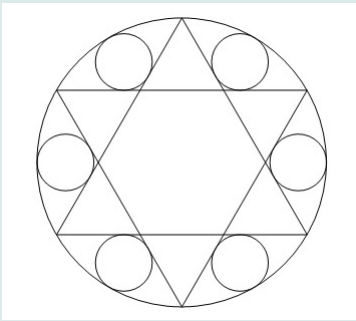
плохо сохранилась - висела на улице



↑
математик и собиратель самгаку,

← основал свою школу
(и ушел в ней 2144 человек)
на протяжении 50 лет

③



Стороны вписанных равносторонних треугольников равны $3a$.

Найти радиус маленьких окружностей как $r(a)$.

Решение:

Из $\triangle ABC \rightarrow$

$$\begin{aligned} AB &= r & AC &= 2x & x^2 + r^2 &= (2x)^2 & x^2 &= \frac{r^2}{3} \\ CB &= x & & & r^2 &= 3x^2 & x &= \frac{1}{\sqrt{3}} r \end{aligned}$$

$$R = a + 2x + r = a + \frac{2}{\sqrt{3}} r + r = a + r \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right)$$

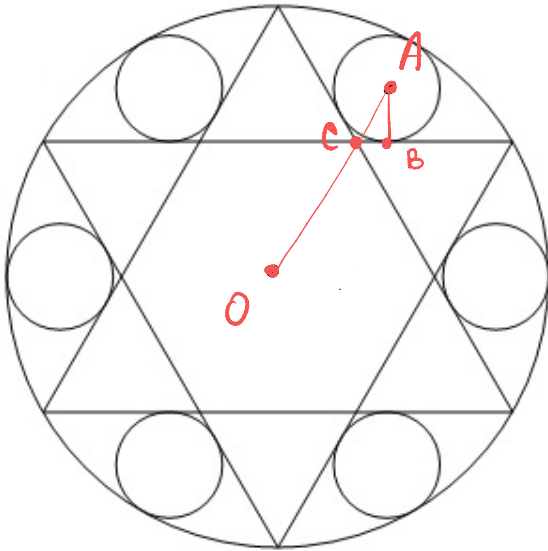
$$R = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3a \right) = \sqrt{3}a \quad \leftarrow \text{Из большого треугольника}$$

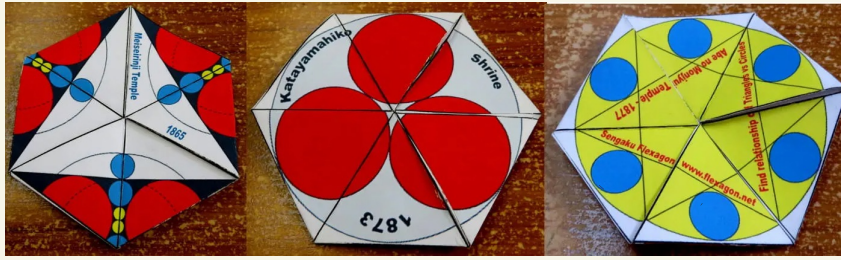
$$\sqrt{3}a = a + r \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right)$$

$$(\sqrt{3} - 1)a = r \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right)$$

Ответ:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{2 + \sqrt{3}} \\ &= (9 - 5\sqrt{3})a \end{aligned}$$



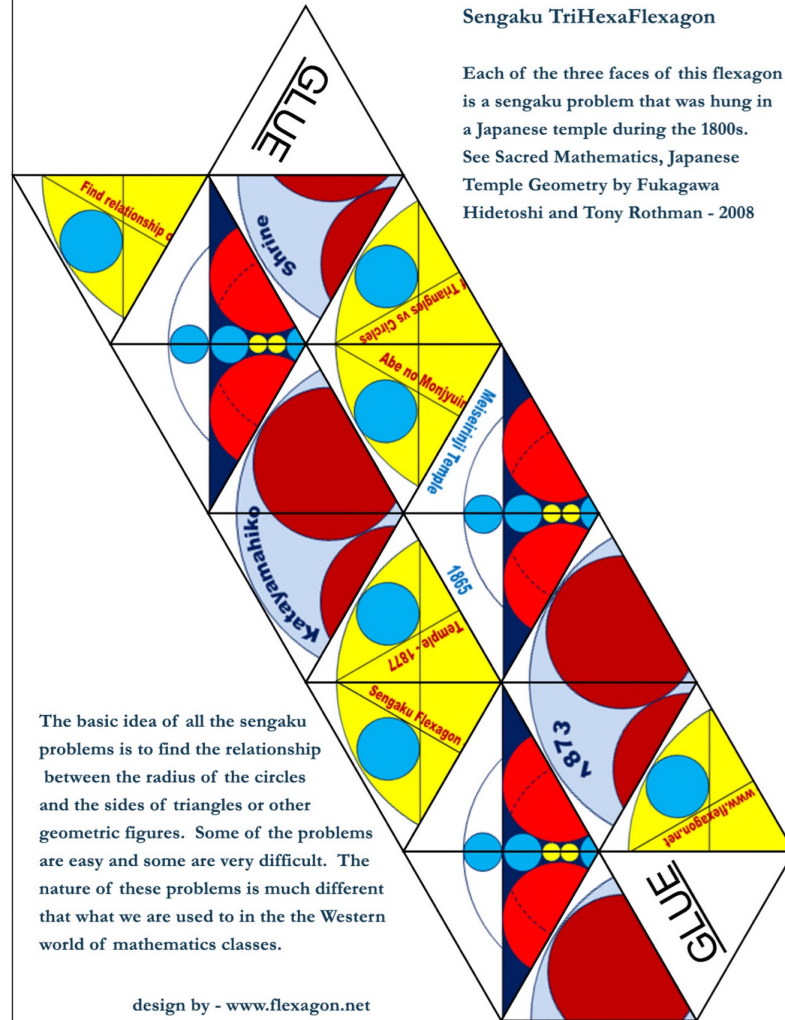


Сангаку — Флексагон

flexagon.net/flexagons/TriHexaSangakuTemplate.jpg

Sengaku TriHexaFlexagon

Each of the three faces of this flexagon is a sengaku problem that was hung in a Japanese temple during the 1800s. See Sacred Mathematics, Japanese Temple Geometry by Fukagawa Hidetoshi and Tony Rothman - 2008



The basic idea of all the sengaku problems is to find the relationship between the radius of the circles and the sides of triangles or other geometric figures. Some of the problems are easy and some are very difficult. The nature of these problems is much different that what we are used to in the the Western world of mathematics classes.

design by - www.flexagon.net

