

1 | Геометрический календарь

2026

Разминка нумерологическая

Используя только числа 2 и 11,
запишите число 2026 так,
чтобы в записи было не более восьми символов.

Разминка нумерологическая

Используя только числа 2 и 11,
запишите число 2026 так,
чтобы в записи было не более восьми символов.

Ответ:

$$2^{11} - 2 \cdot 11 = 2048 - 22 = 2026$$

Вариант: $\sqrt{2^{22}} - 22$

$$2026 = (1098 - 76 - 5 - 4)(3 - 2 + 1)$$

$$2026 = 1 + 2 + 3 - 4(5 - (6 + 7 \cdot 8 \cdot 9))$$

$$2026 = 0 + 12 \cdot 34 \cdot 5 - 6 - 7 + 8 - 9$$

$$2026 = 2025 + 1 = 45^2 + 1$$

$$2026^2 = 2024^2 + 90^2$$

$$2026 = 2 \cdot \underbrace{1013}_{\text{простое}}$$

$$2026 = 23 + 2003$$

2026 — Happy number (счастливое)

$$2026 \rightarrow 4+0+4+36=44 \rightarrow 16+16=32 \rightarrow 9+4=13 \rightarrow 1+9=10 \rightarrow 1$$

$$16 \rightarrow 1+36=37$$

Входит в Пифагорову тройку

$$2 \cdot 4050 = 8100$$

← почти простое
(произведение двух простых)

← сумма двух простых

число $\rightarrow$ сумма квадратов цифр $\rightarrow \dots \rightarrow 1$

$$2026 = 2 \cdot (23^2 + 22^2)$$

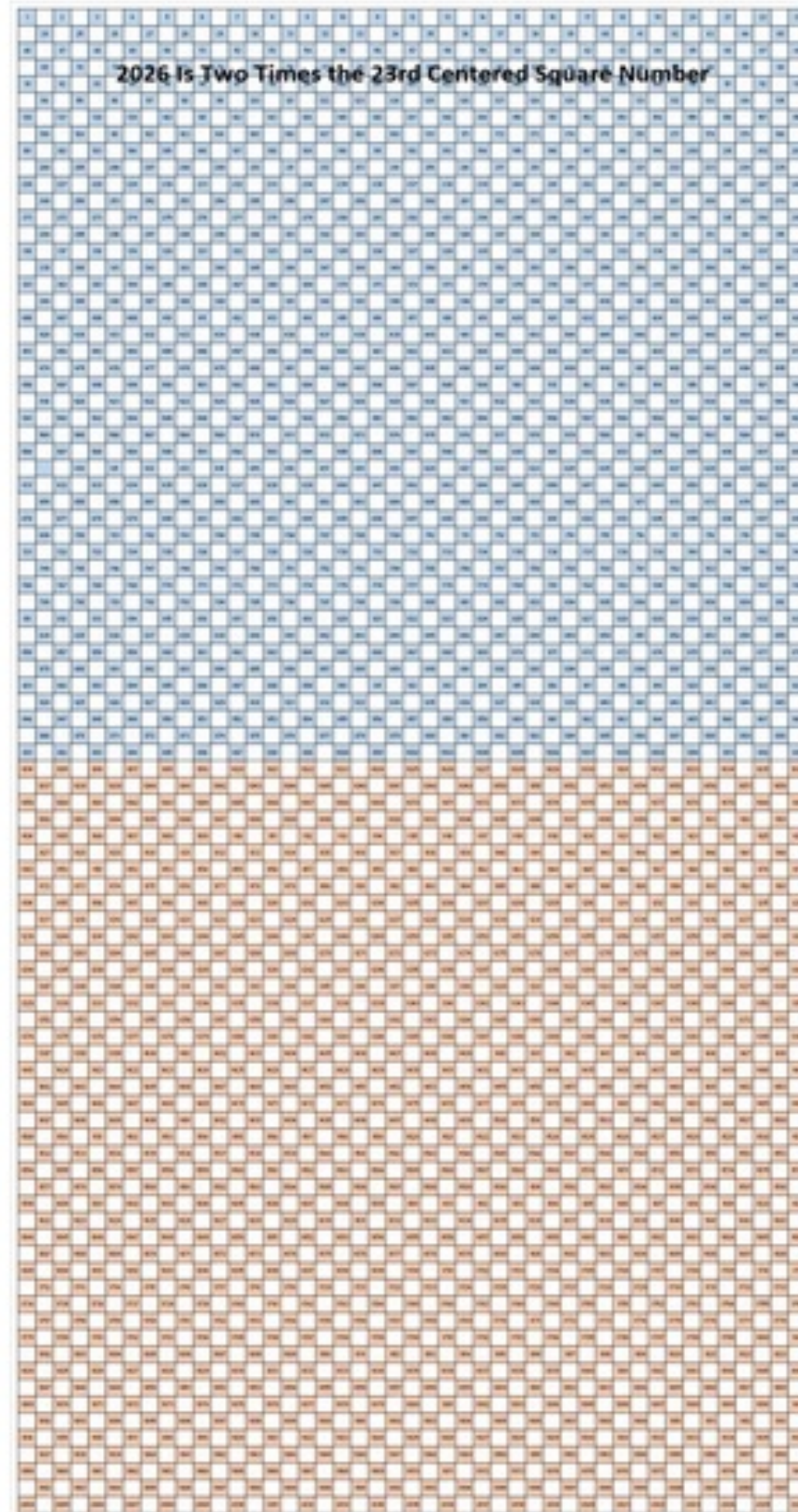
1

СМ. БЛОГ:

findthefactors.com

[бегет Ива Саллаг]

2026 Is Two Times the 23rd Centered Square Number



0. На плоскости нарисован отрезок длины 1 см
как с помощью циркуля и линейки
построить отрезок длины 2026 см?
(как это сделать попроще и побыстрее?)

① На плоскости нарисован отрезок длины 1 см
 как с помощью циркуля и линейки
 построить отрезок длины 2026 см?
 (как это сделать попроще и побыстрее?)

Решение:

- По отрезкам длин a и b можем построить отрезок длины $a + b$
- Варианты
 - $2026 = \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots}_{2026}$ (2025 операций)
 - $2 \cdot 1013$ (1013 операций)
 - $1 + 1 \rightarrow 2$; $2 + 2 \rightarrow 4$, $4 + 4 \rightarrow 8$, ... $2^{11} = 2048$
 $2026 = 2048 - 2 \cdot 11$ ($11 = 2 \cdot 2 \cdot 3 - 1$)
 $22 = 16 + 4 + 2$ ($11 + 1 + 2 = 14$ операций)

1 На плоскости нарисован отрезок длины 1 см
Можно ли с помощью циркуля и линейки
построить квадрат площадью 2026 см^2 ?

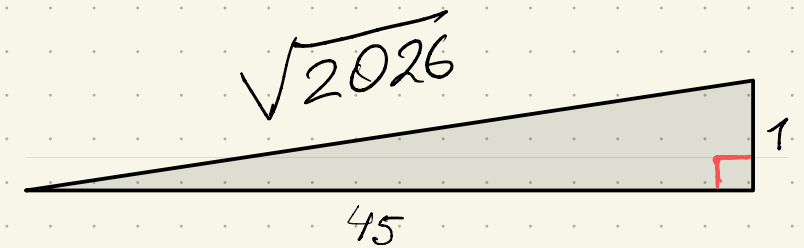
ДА ? НЕТ

1 На плоскости нарисован отрезок длины 1 см
как с помощью циркуля и линейки
построить квадрат площадью 2026 см^2 ?
(как это сделать за наименьшее количество
операций?)

Решение:

$$2026 = 2025 + 1 = (45)^2 + 1$$

$\uparrow$ $32 + 8 + 4 + 1$



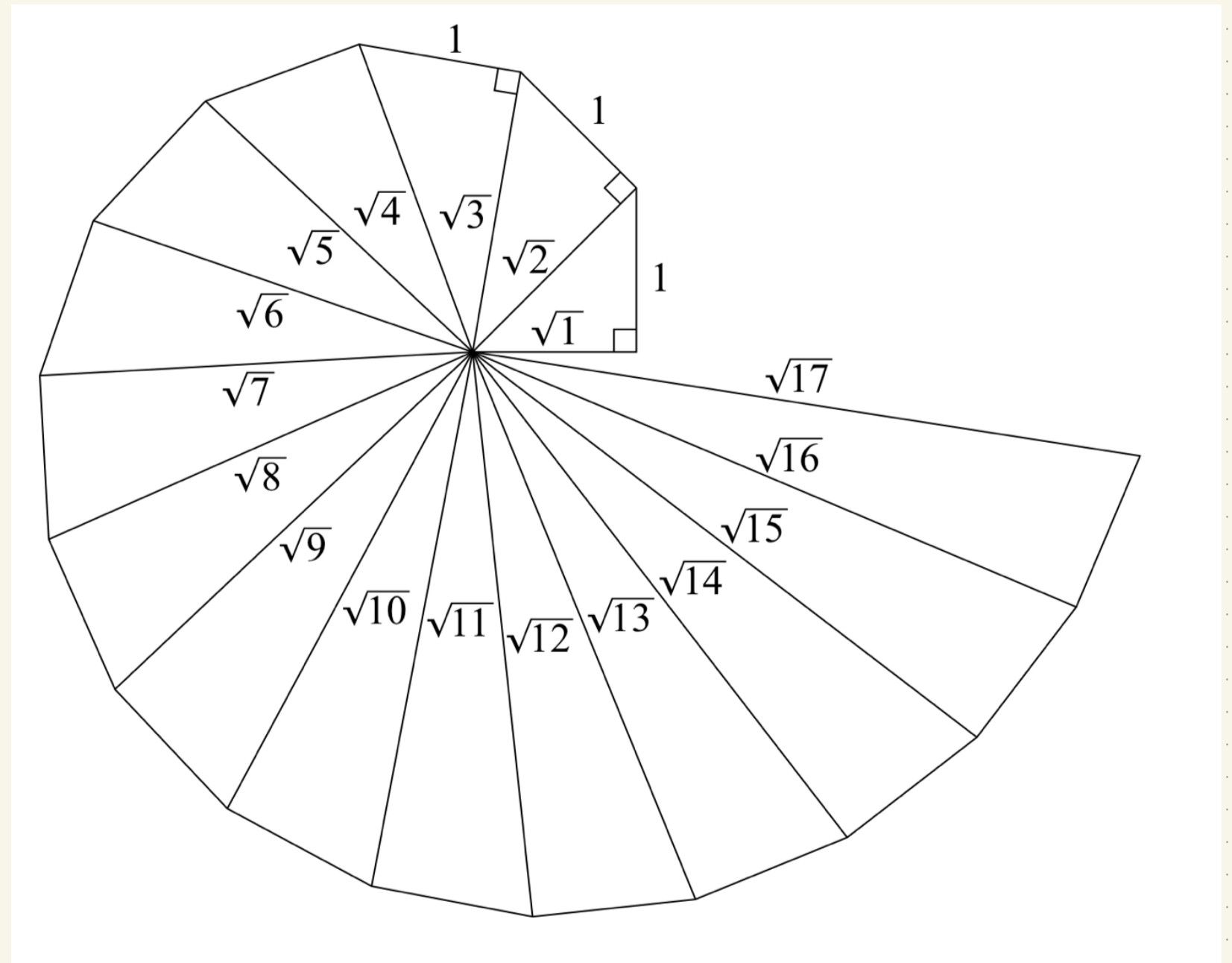
Квадрат со стороной $\sqrt{2026} \text{ см}$ имеет площадь 2026 см^2 .

② Для каждого ли N можно построить квадрат площадью $N \text{ см}^2$? (т.е. отрезок длины $\sqrt{N} \text{ см}$).

② Для каждого ли N можно построить квадрат площадью $N \text{ см}^2$? (т.е. отрезок длины $\sqrt{N} \text{ см}$).

Решение 1: Да!

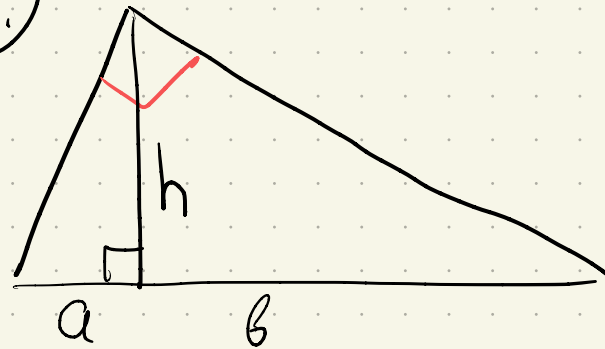
Построение с помощью
Пифагоровой спирали:



② Для каждого ли N можно построить квадрат площадью $N \text{ см}^2$? (т.е. отрезок длины $\sqrt{N} \text{ см}$).

Решение 2:

①

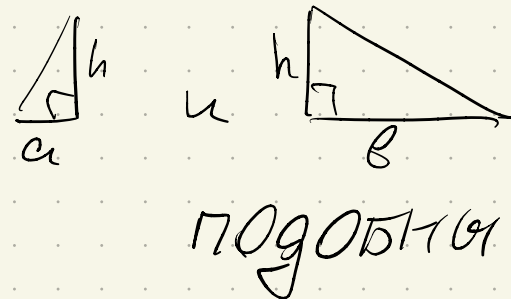


$$h^2 = ab$$

т.к.

$$\frac{h}{a} = \frac{b}{h}$$

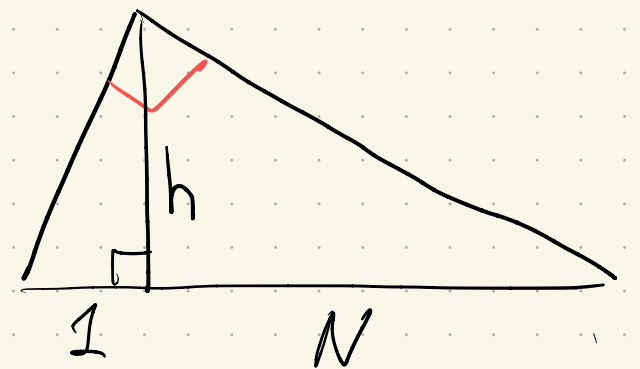
т.к. треугольники



подобны

②

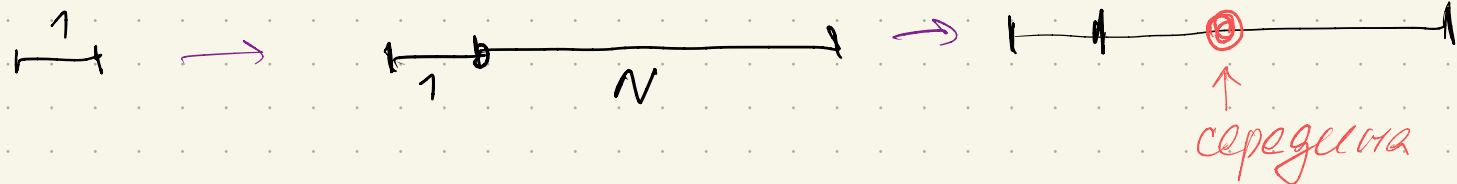
т.е.



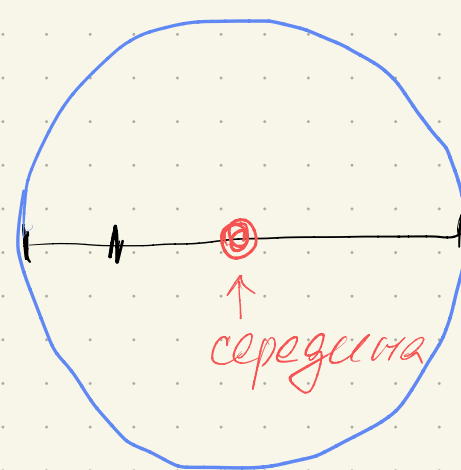
$$\Rightarrow h^2 = N$$

③

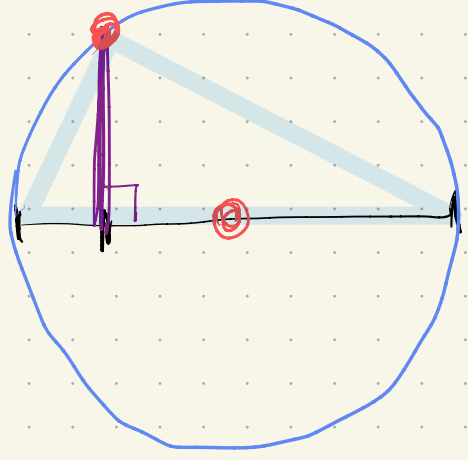
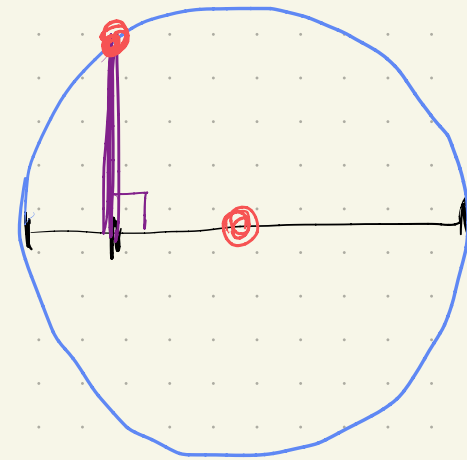
Построение:



↑
середина



↑
середина



получился прямоугольный треугольник
т.к. угол, опирающийся на диаметр —
прямой.

Мы построили

2026,

$\sqrt{2026}$

(сторона квадрата площади 2026 см²)

Сможем ли мы
построить

$\sqrt[3]{2026}$

?

(сторона куба объема 2026 см³)

ДА

?

НЕТ

③ Начав с отрезка длины 1,
мы построили N (где N — любое целое число)

и $\sqrt{N}$

Какие ещё длины мы сможем построить?

③ Начав с отрезка длины 1,
мы построили N (где N - любое целое число)

и $\sqrt{N}$

Какие ещё длины мы сможем построить?

• Все рациональные числа :

Как построить $\frac{p}{q}$:

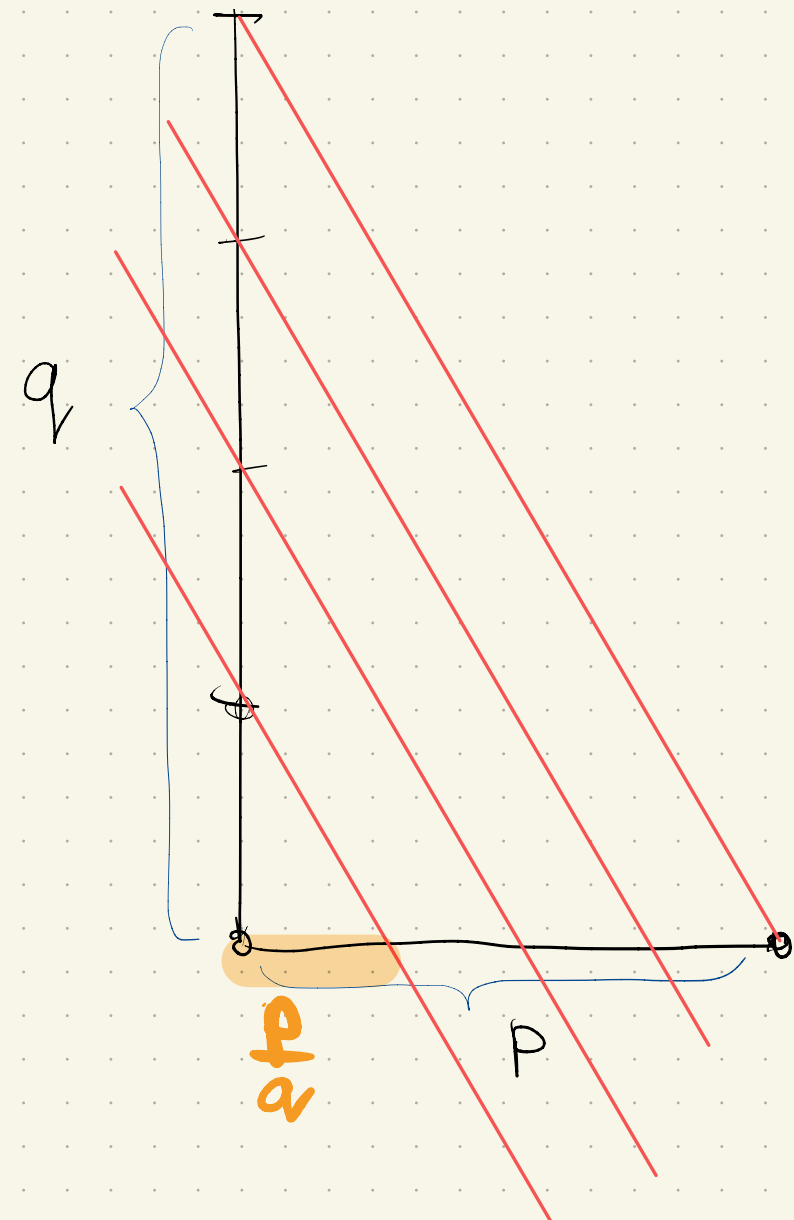
③ Начав с отрезка длины 1,
мы построили N (где N — любое целое число)

и $\sqrt{N}$

Какие ещё длины мы сможем построить?

• Все рациональные числа :

Как построить $\frac{p}{q}$:



③ Начав с отрезка длины 1,
мы построили N (где N — любое целое число)

и $\sqrt{N}$

Какие ещё длины мы сможем построить?

- Все рациональные числа

- Суммы, произведения $\alpha, \beta \rightarrow \alpha + \beta, \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \alpha\beta$

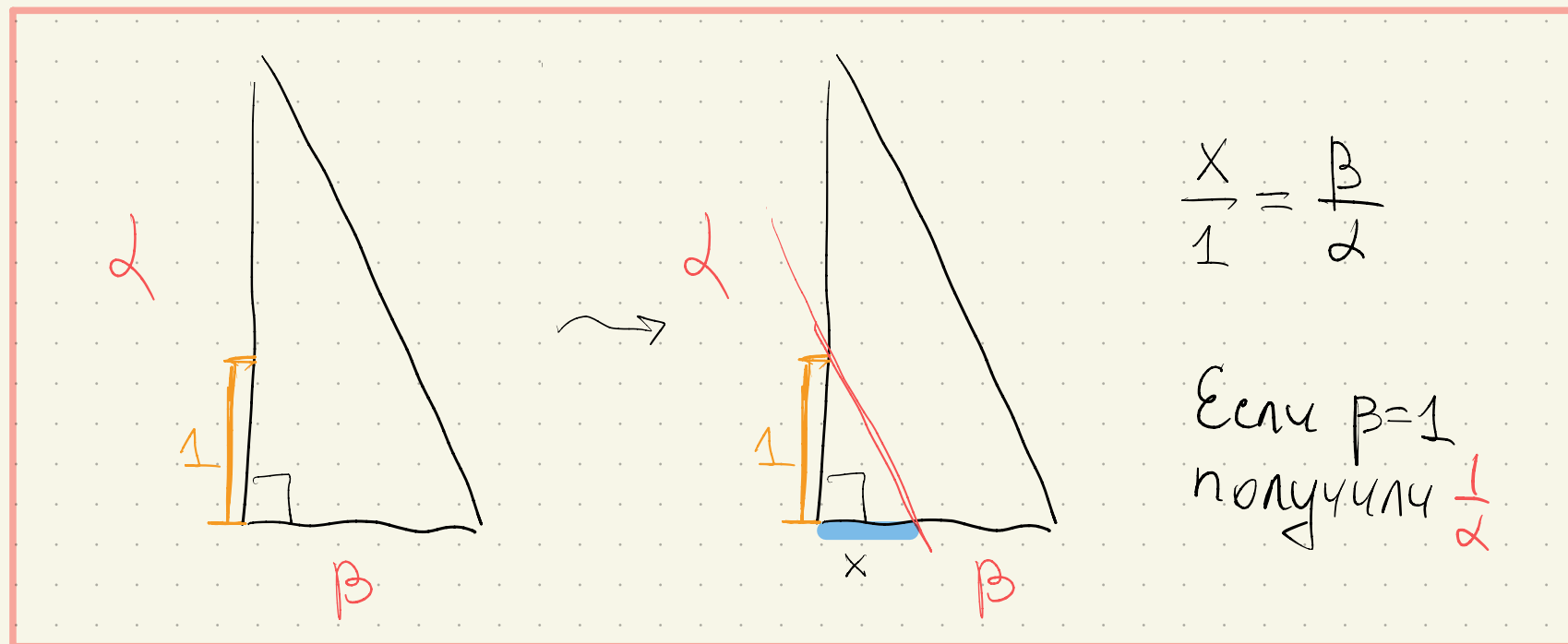
③ Начав с отрезка длины 1,
мы построили N (где N - любое целое число)

и $\sqrt{N}$

Какие ещё длины мы сможем построить?

• Все рациональные числа

• Суммы, произведения $\alpha, \beta \rightarrow \alpha + \beta, \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \alpha\beta$



Возьмем $\alpha' = \frac{1}{\alpha}$,
тогда $\frac{\beta}{\alpha'} = \beta\alpha$

3 Начав с отрезка длины 1,
мы построили N (где N - любое целое число)

и $\sqrt{N}$

Какие ещё длины мы сможем построить?

- Все рациональные числа

- Суммы, произведения: $\alpha, \beta \rightarrow \alpha + \beta, \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \alpha\beta$

- Квадратный корень: $\alpha \rightarrow \sqrt{\alpha}$

- Последовательное применение
этих операций

$$\sqrt{\frac{3}{2}\sqrt{5} + \frac{\sqrt{17+2\sqrt{3}}}{27\sqrt{11}}} + \dots$$

Предложение:

Никаких чисел, кроме описанных выше, построить нельзя.

$\alpha + \beta, \alpha\beta, \frac{1}{\alpha}, \sqrt{\alpha}$
и все композиции
этих операций

Идея доказательства:

При построениях циркулем и линейкой,
новые точки получаются
из пересечения

- двух прямых
- прямой и окружности
- двух окружностей

При этом координаты новой точки получаются
при решении линейных или квадратных уравнений.

Предложение:

Никаких чисел, кроме описанных выше,
построить нельзя.

$\alpha + \beta, \alpha\beta, \frac{1}{\alpha}, \sqrt{\alpha}$
и все композиции
этих операций

Можно доказать, что $\sqrt[3]{2026}$ невозможно получить
последовательностью таких операций,

Классические задачи! невозможно построить

удвоение куба:

$$\sqrt[3]{2}$$

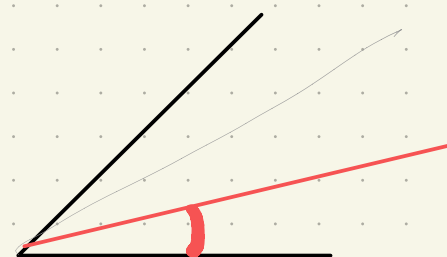
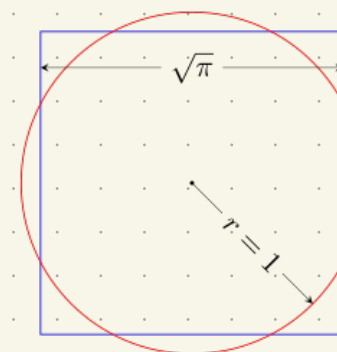
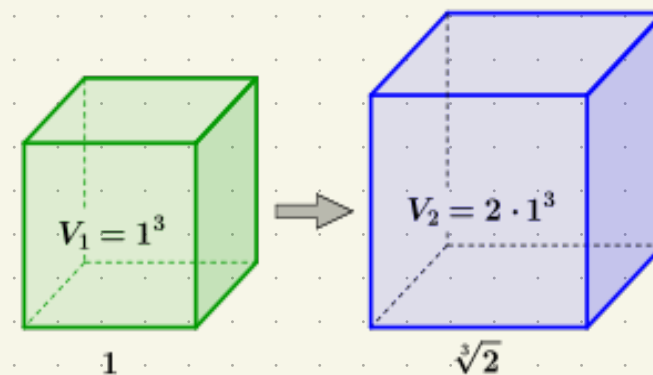
квадратура круга:

$$\sqrt{\pi}$$

трисекция угла:

корень

$$4x^3 - 3x - a = 0$$



Что сильнее?

Циркуль
и линейка

или

Оригами
[из квадратной бумаги]

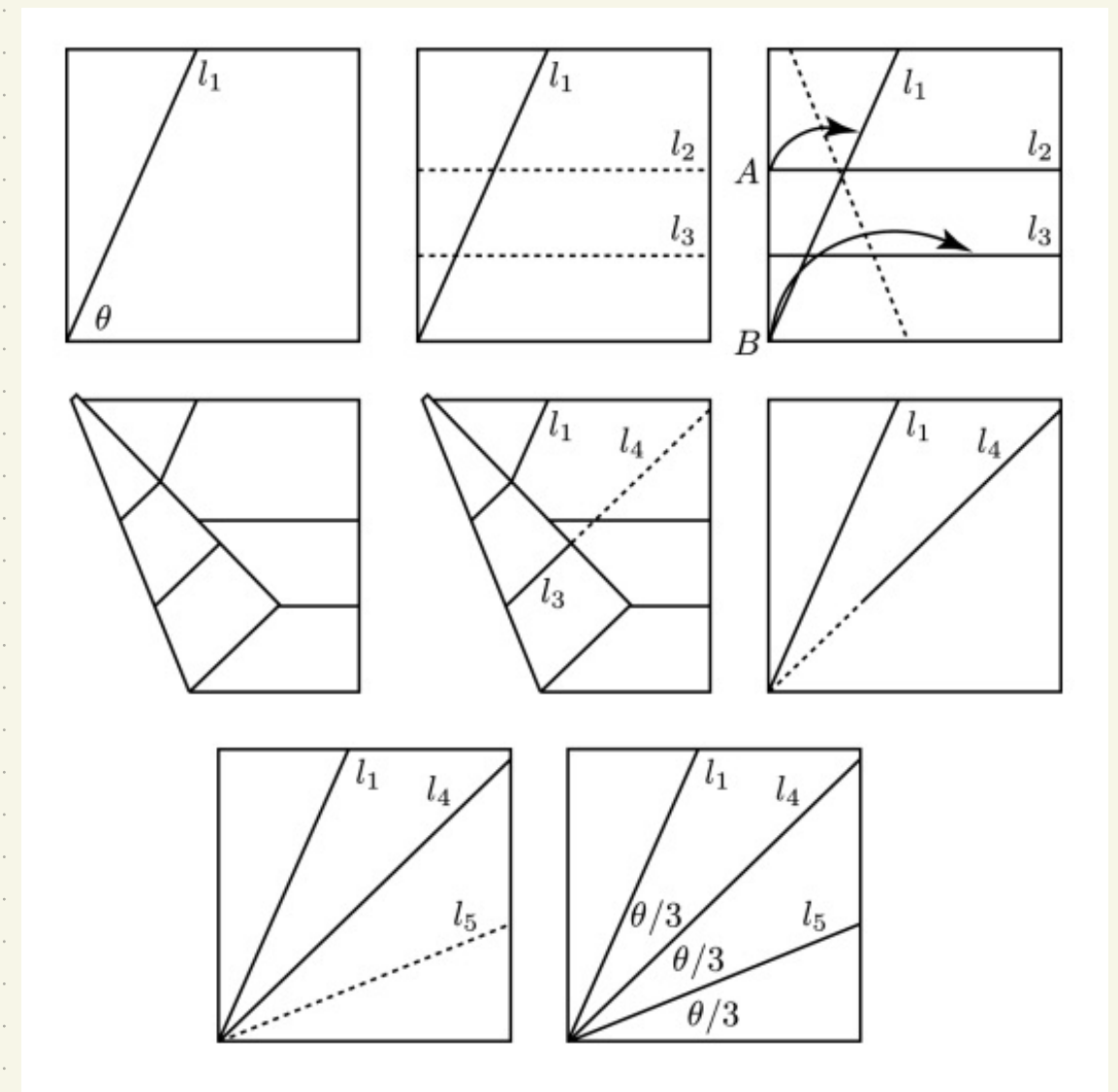
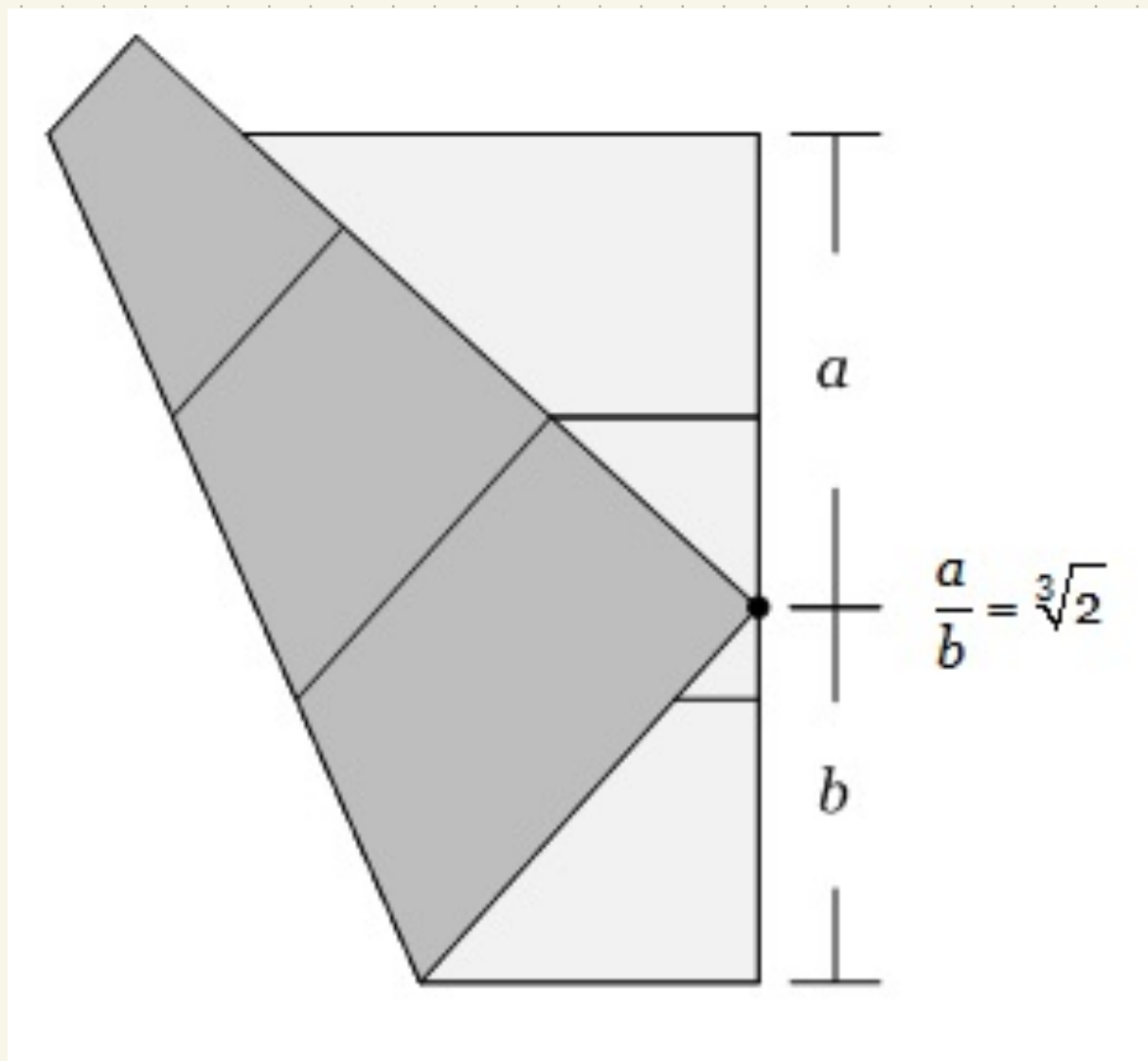
- Оригами позволяет строить $\alpha + \beta$, $\alpha \beta$, $\frac{\alpha}{\beta}$, $\frac{1}{\alpha}$, $\sqrt{\alpha}$
[то есть ВСЁ, что можно сделать
циркулем и линейкой!]

и еще $\sqrt[3]{\alpha}$

(и решение любого
кубического уравнения)

В том числе:
- трисекцию угла
- удвоение куба,

Удвоение куба и трисекция угла с помощью оригами:



(см. детали и объяснения — на странице курса)

