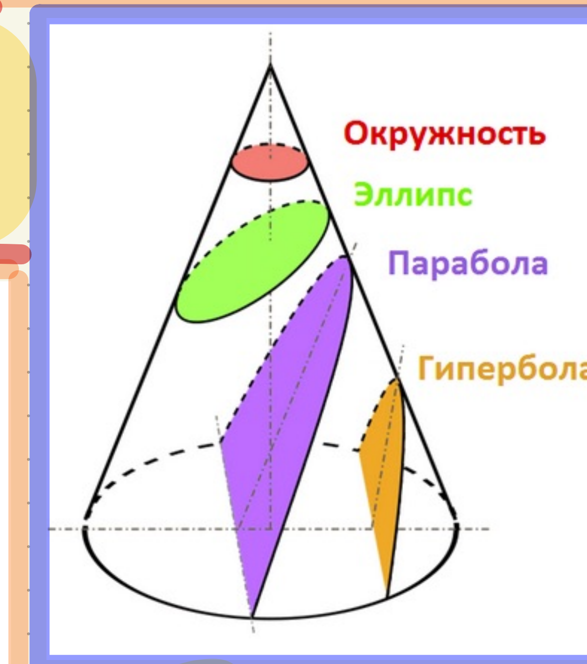
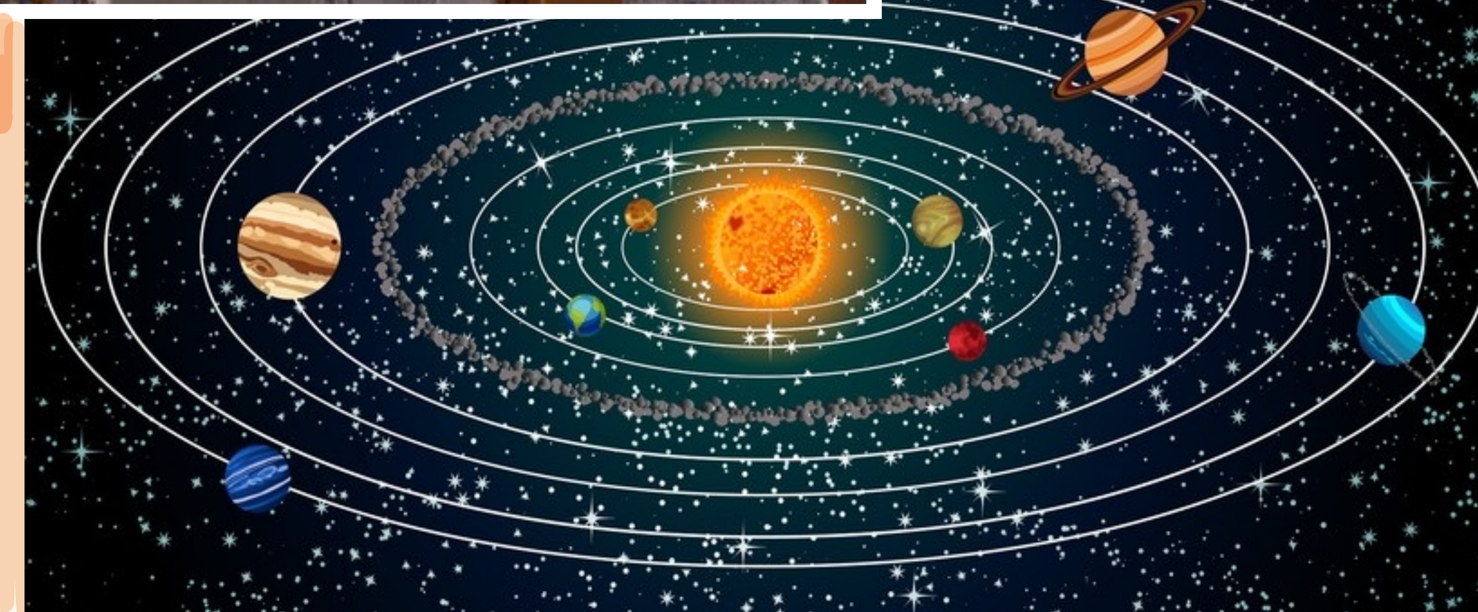
5 Конические сечения – 1

Антони Гауди,
дворец Palau Güell, Барселона



Эллипс
парабола
гипербола



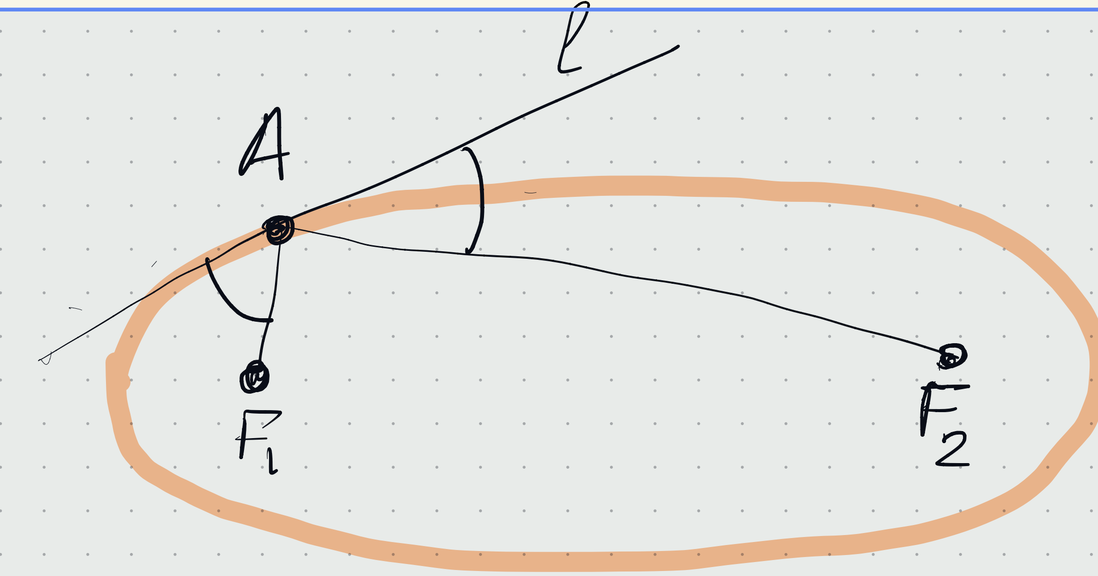
Эллипс:

$$AF_1 + AF_2 = const$$

константа, т.е постоянная величина

F_1, F_2 — фокусы эллипса

1 Докажите оптическое свойство эллипса:



(угол AF_1 к касательной l в точке A равен углу AF_2 к l)

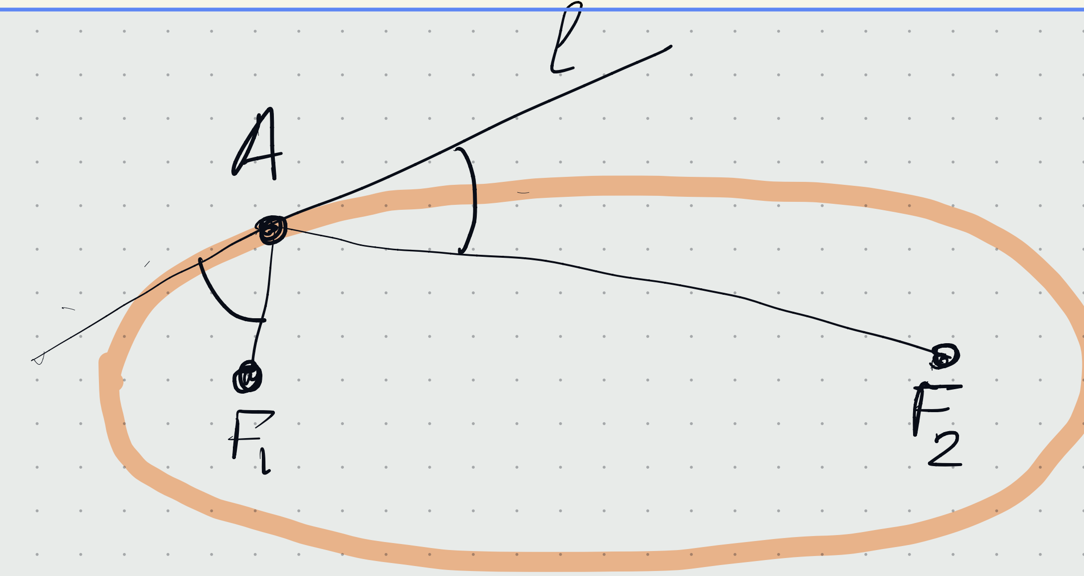
Эллипс :

$$AF_1 + AF_2 = const$$

константа,
т.е постоянная величина

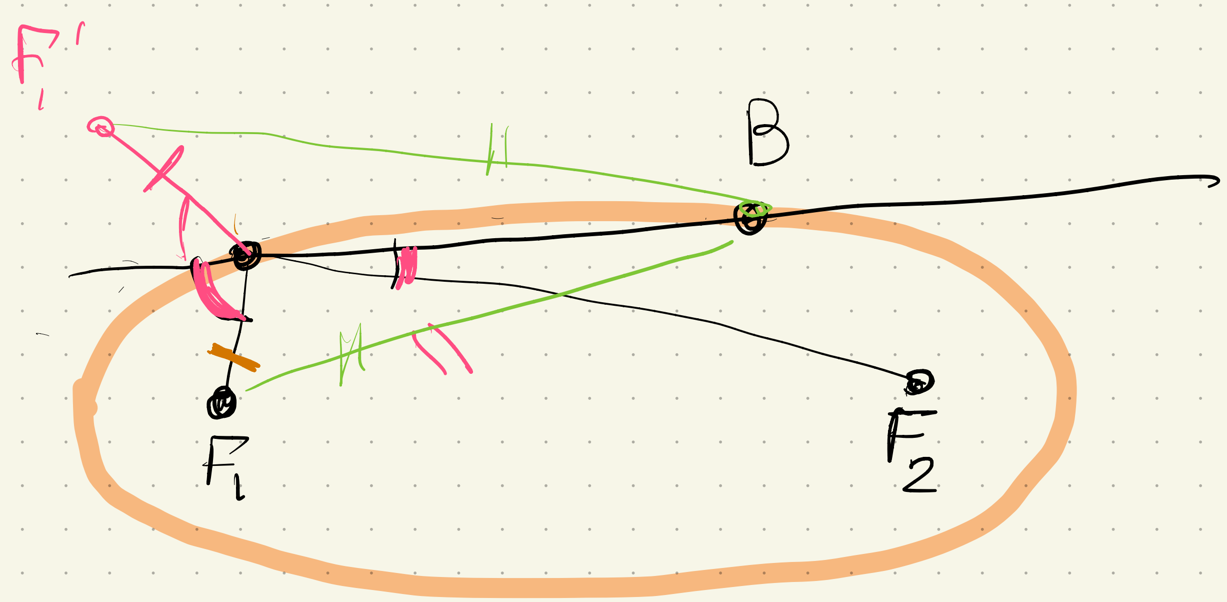
F_1, F_2 – фокусы эллипса

1 Докажите оптическое свойство эллипса:

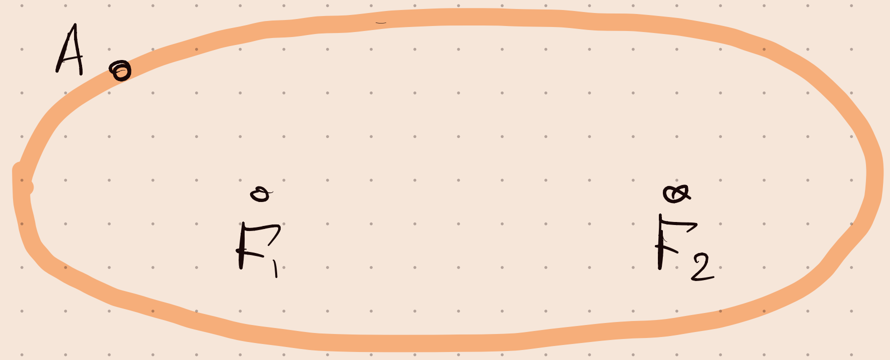


(угол AF_1 к касательной l в точке A равен углу AF_2 к l)

Подсказка:



Эллипс:

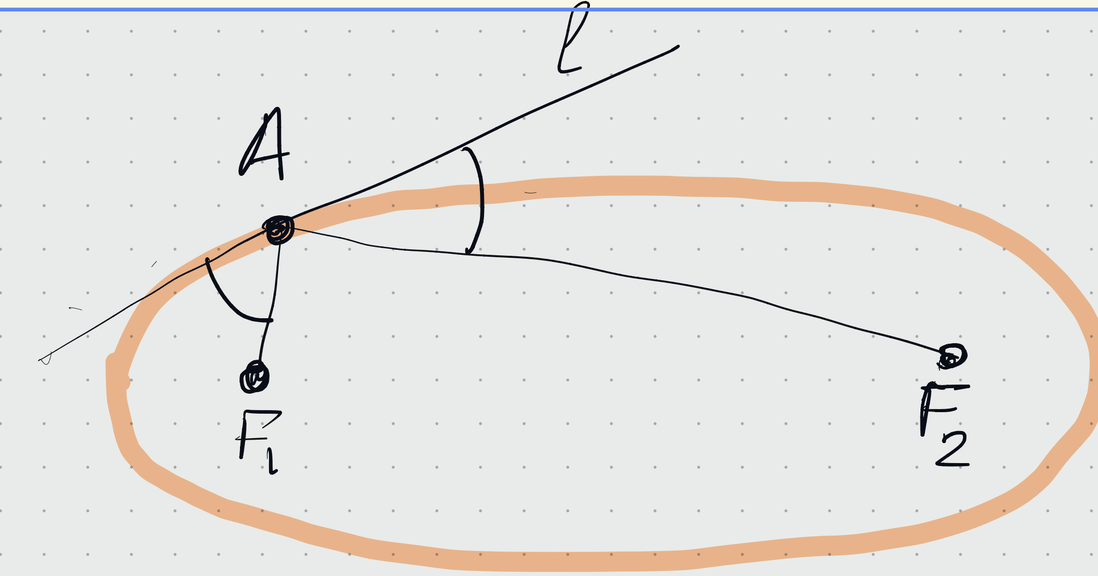


$$AF_1 + AF_2 = const$$

константа,
т.е постоянная величина

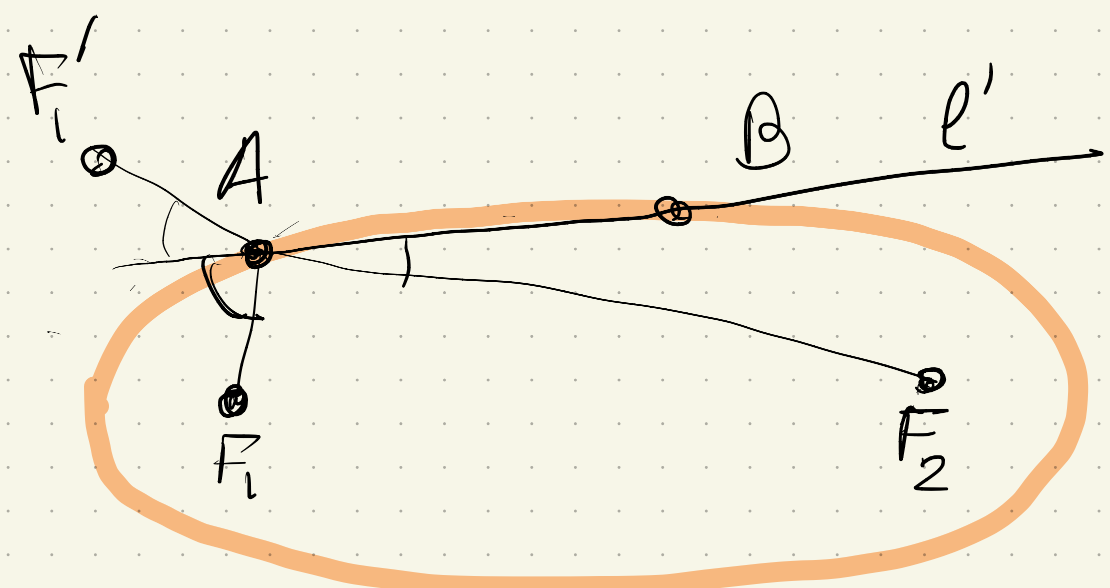
F_1, F_2 — фокусы эллипса

1 Докажите оптическое свойство эллипса:



(угол AF_1 к касательной l в точке A равен углу AF_2 к l)

<u>Решение</u>: предположим, что углы <u>не</u> равны, т.е равные углы к AF_1 и AF_2 образует другая прямая l'. Тогда l' пересекает эллипс в двух точках A и B.



Пусть точка F_1' симметрична точке F_1 относительно l'.

Тогда A лежит на отрезке $F_1'F_2$.

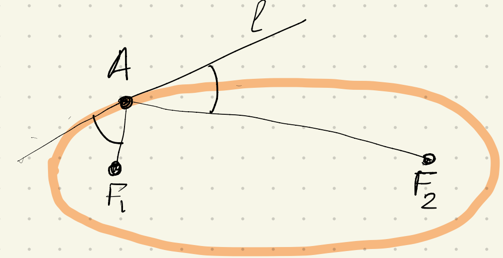
$$\left(\left(\begin{aligned} &AF_1 + AF_2 = F_1'A + AF_2 = F_1'F_2 \\ &BF_1 + BF_2 = BF_1' + BF_2 > F_1'F_2 \end{aligned}\right.\right.$$

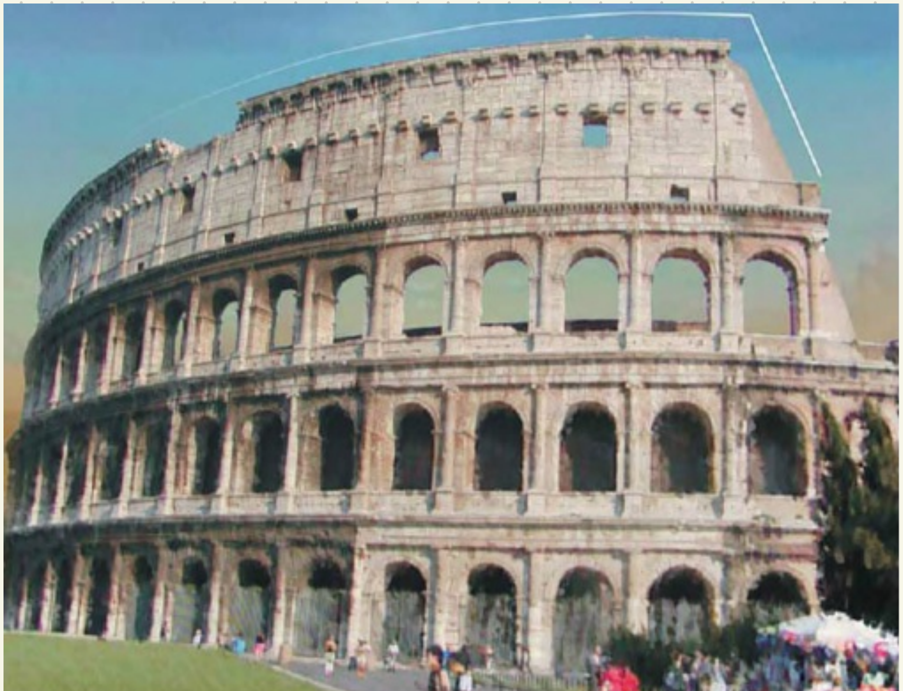
по определению эллипса

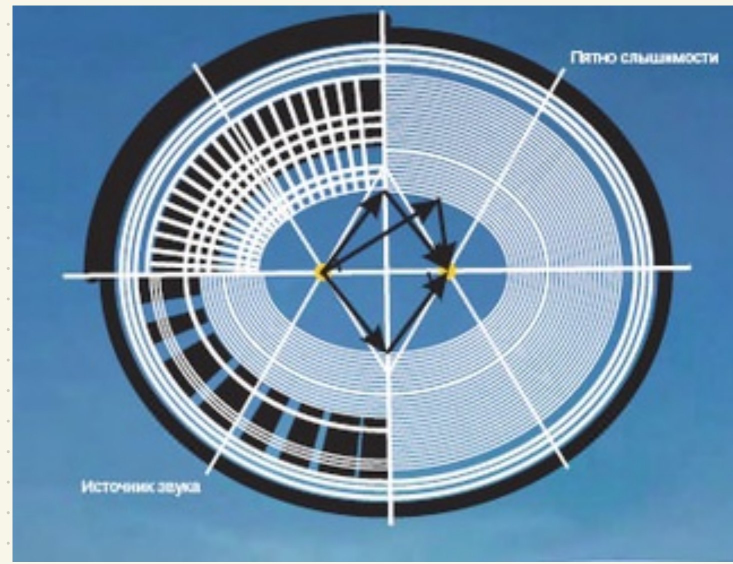
неравенство Δ

Противоречие!

Акустические свойства эллипса:

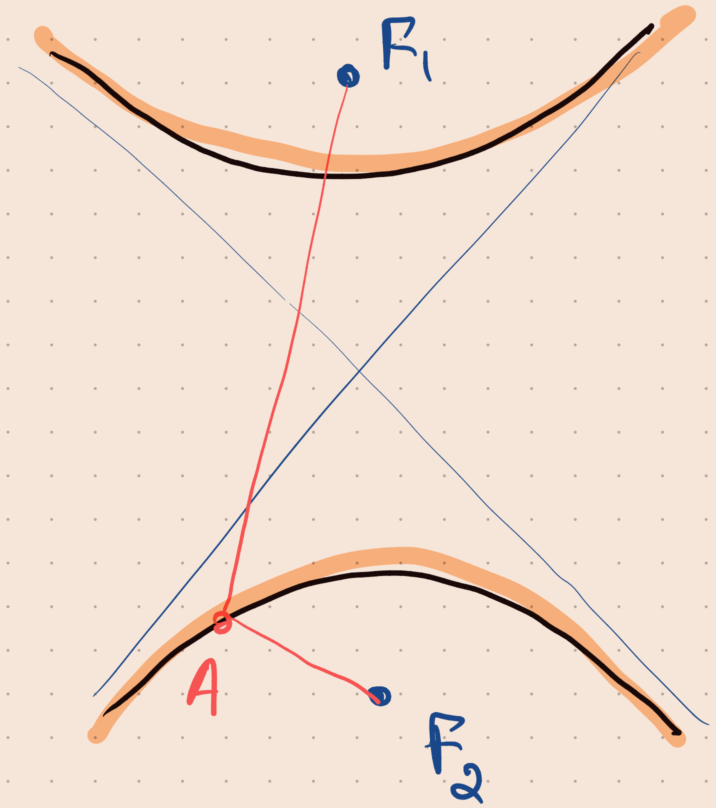






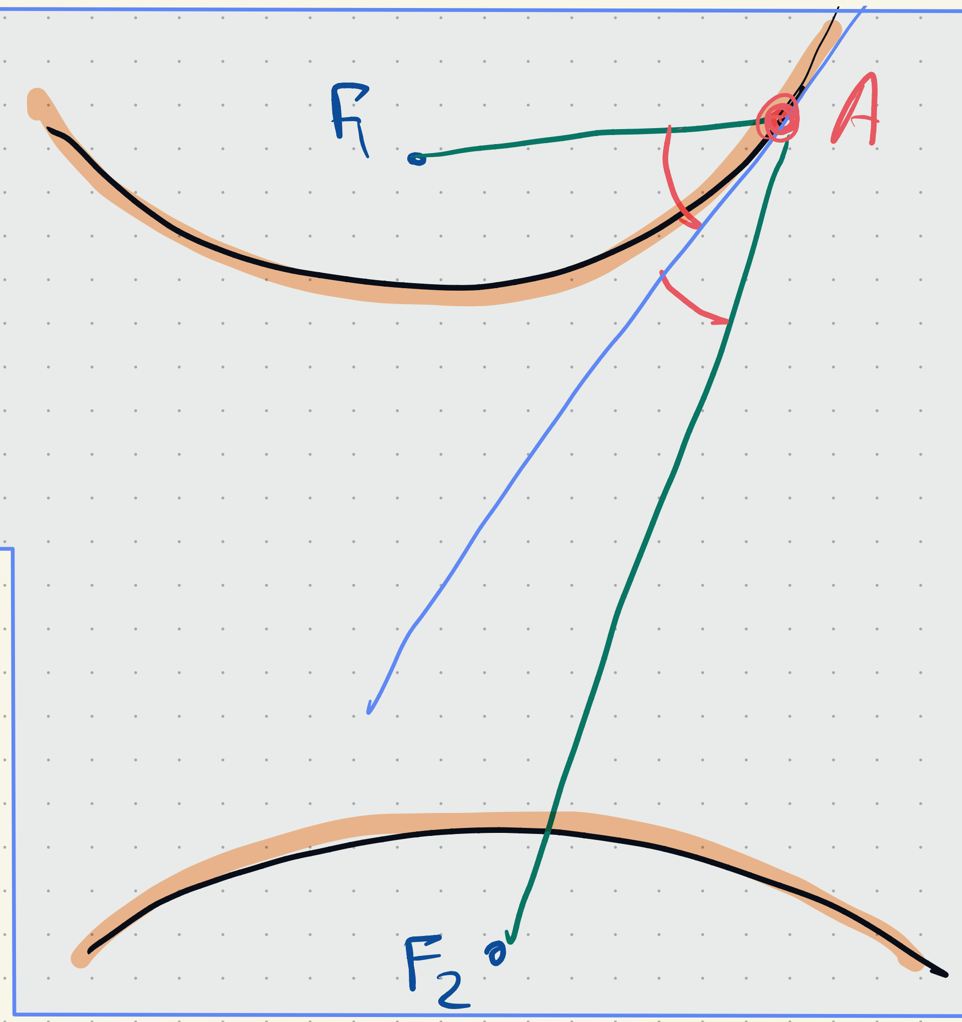
Колизей, Рим

Гипербола:

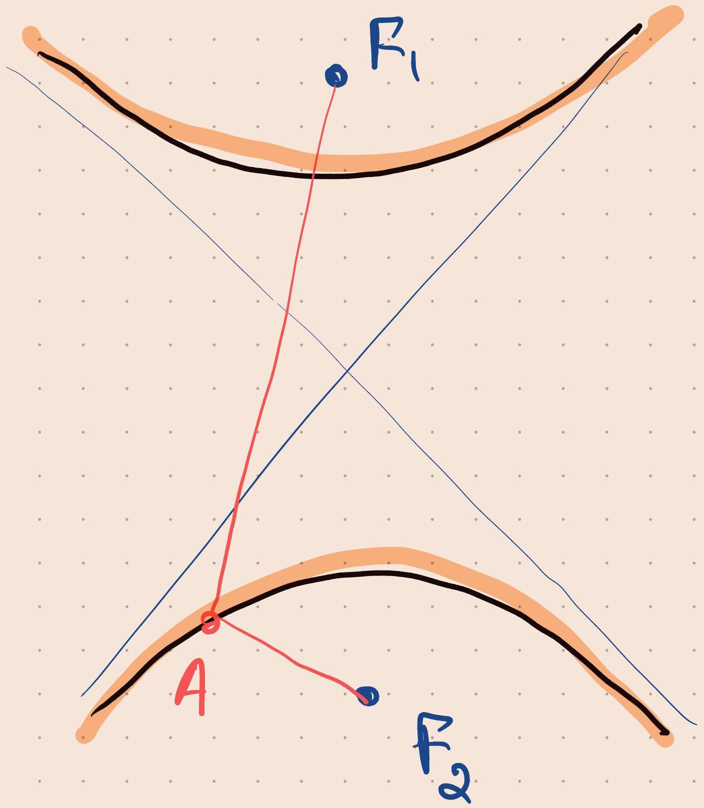


$AF_1 - AF_2 = const$

2 Докажите оптическое свойство гиперболы:

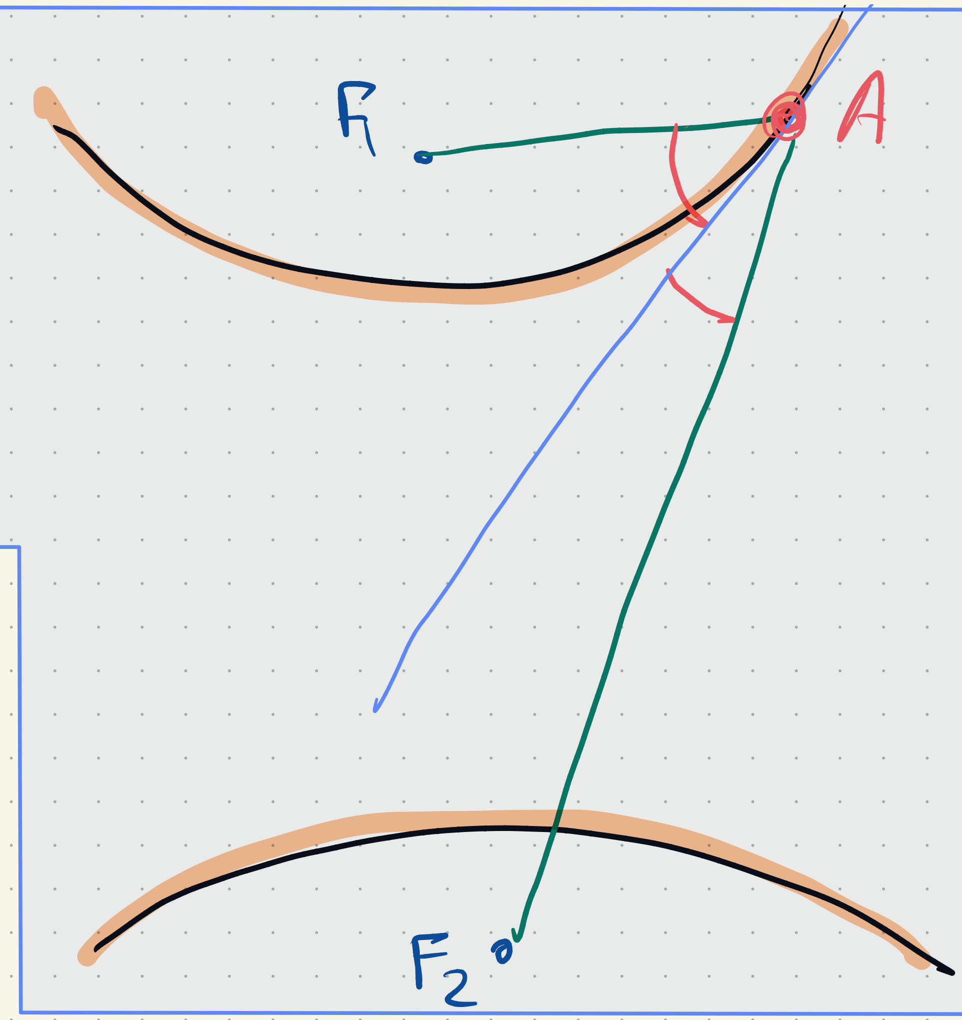


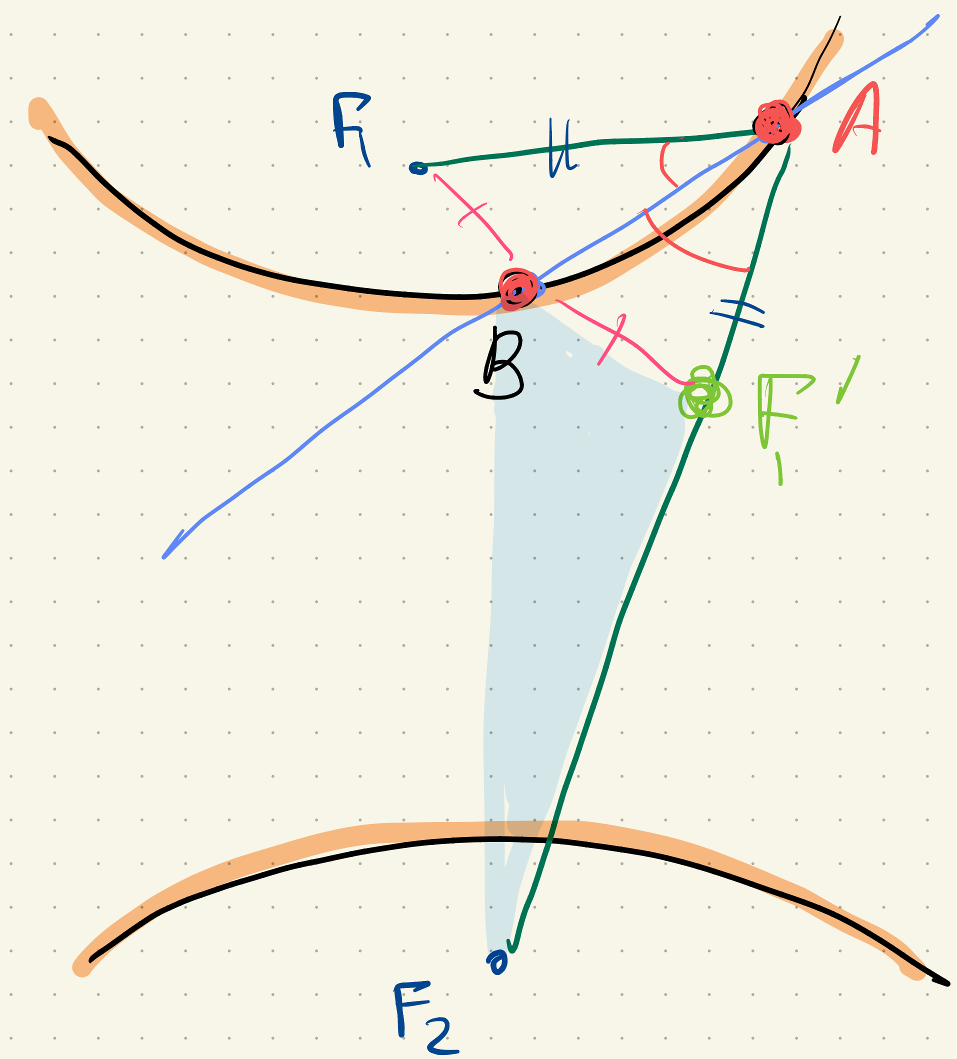
Гипербола:



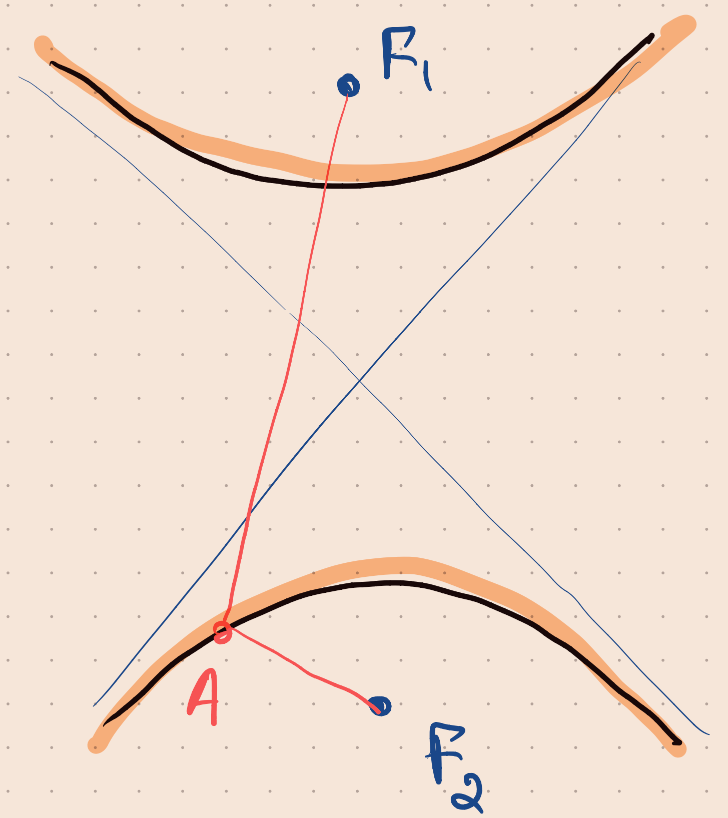
$$|AF_1 - AF_2| = const$$

2 Докажите оптическое свойство гиперболы:



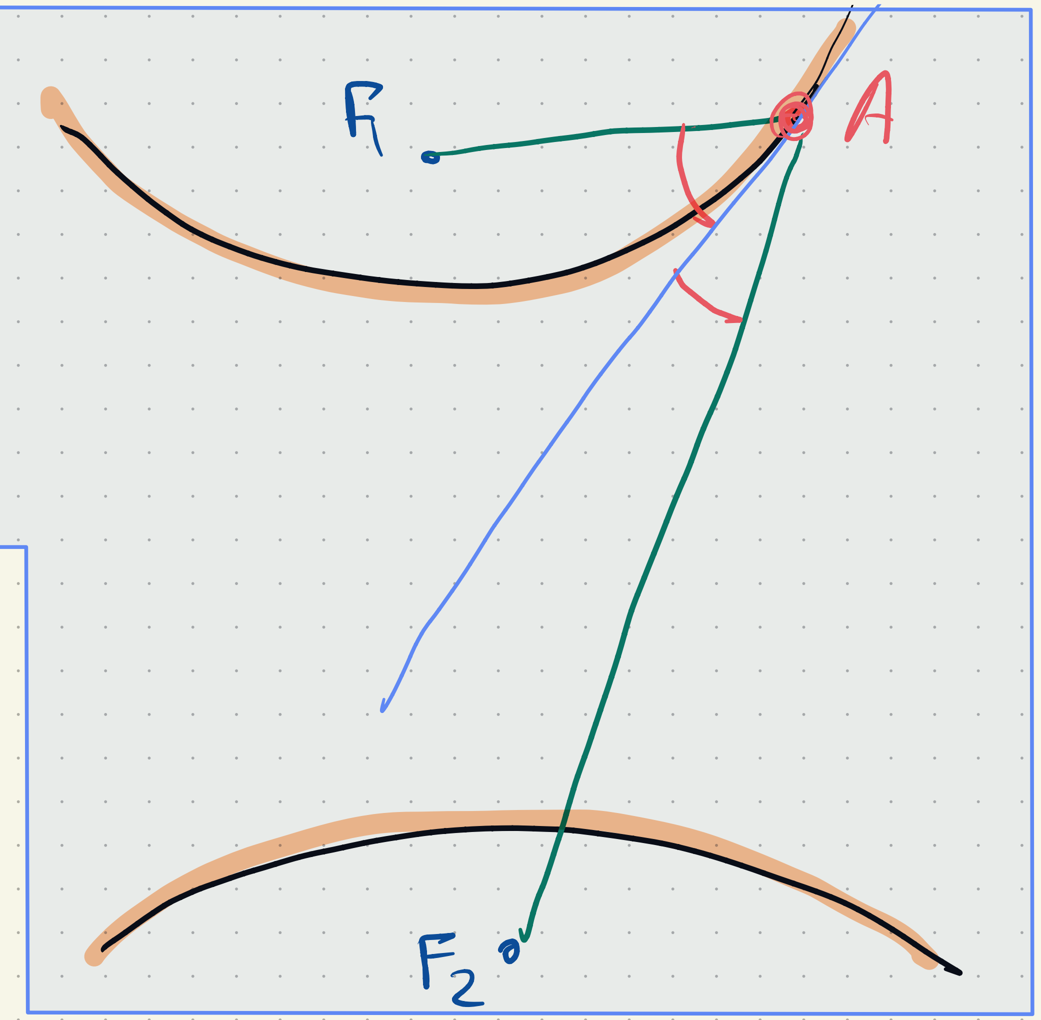


Гипербола:



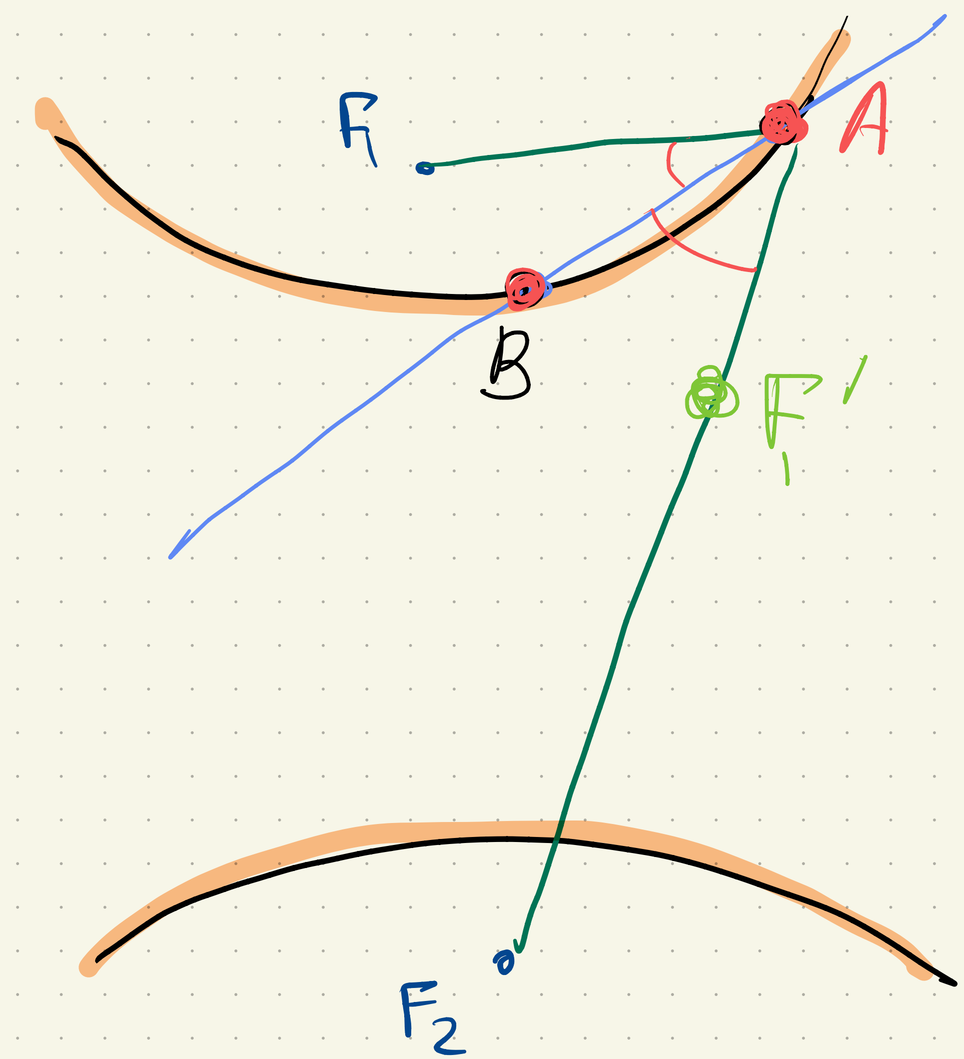
$AF_1 - AF_2 = const$

2 Докажите оптическое свойство гиперболы:



Решение: доказательство от противного:

Пусть AB – биссектриса $\angle F_1AF_2$,



Отложим на AF_2 точку F_1' так что $AF_1 = AF_1'$

Тогда $BF_1 = BF_1'$ (т.к $\Delta BF_1A = \Delta BF_1'A$, СУС)

свойство гиперболы → $\boxed{AF_2 - AF_1 = BF_2 - BF_1} = BF_2 - BF_1'$

$AF_2 - AF_1' = F_2F_1'$

Т.е. $BF_2 = F_2F_1' + BF_1'$

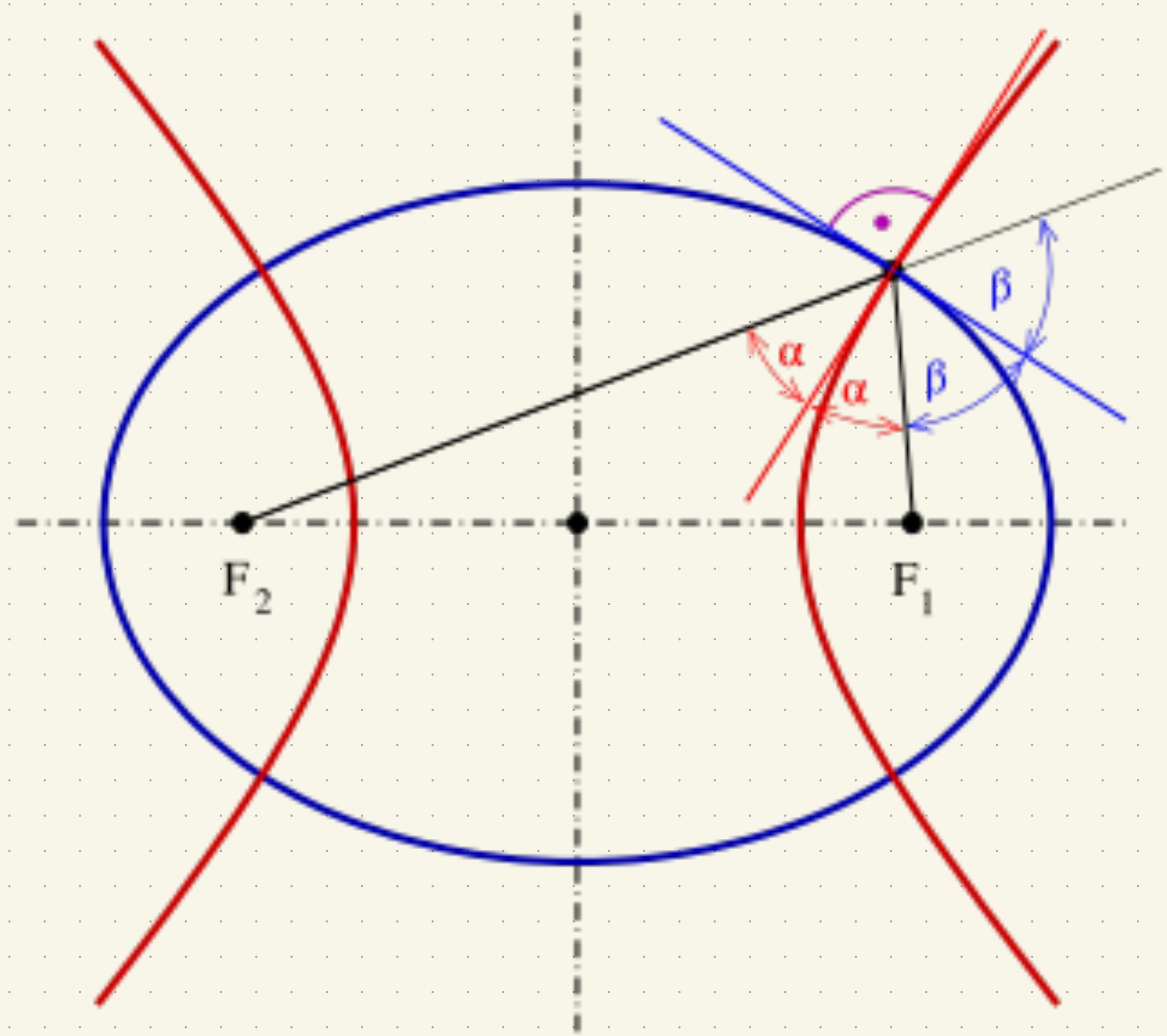
противоречие с неравенством треугольника

1+2

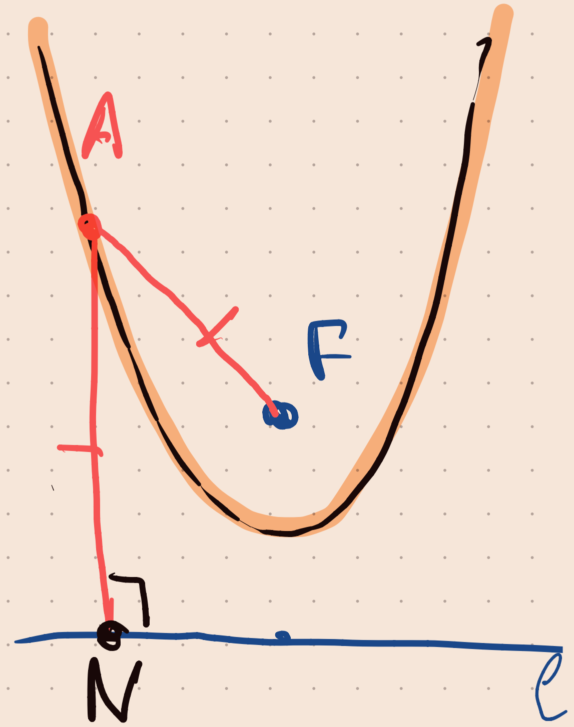
Даны эллипс и гипербола с одними и теми же фокусами. Докажите, что они перпендикулярны.

конфокальные

Доказательство:



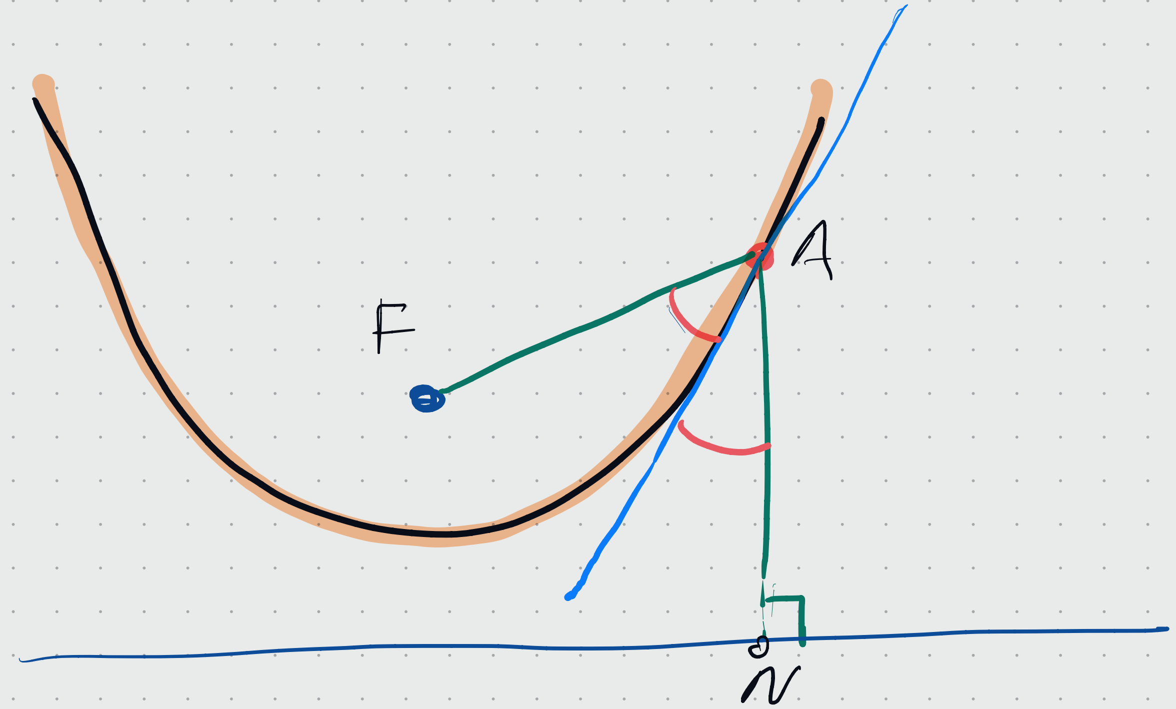
Парабола



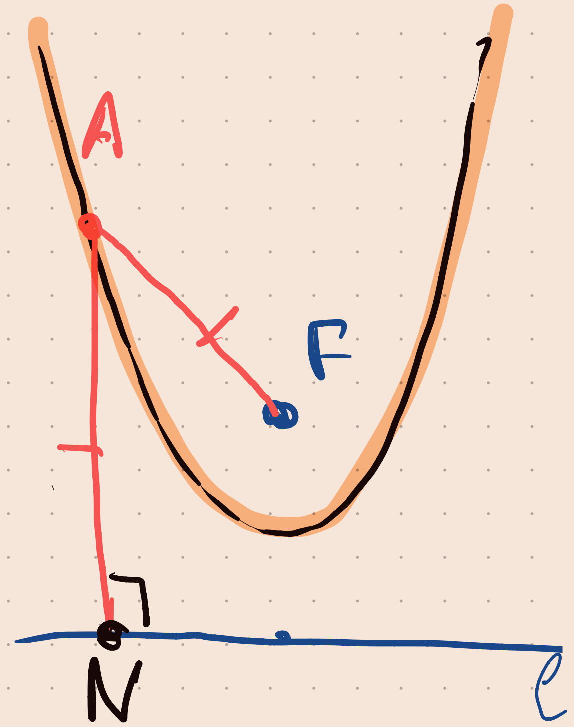
$AF = AN$

F – фокус
l – директриса

3. Докажите оптическое свойство параболы:



Парабола

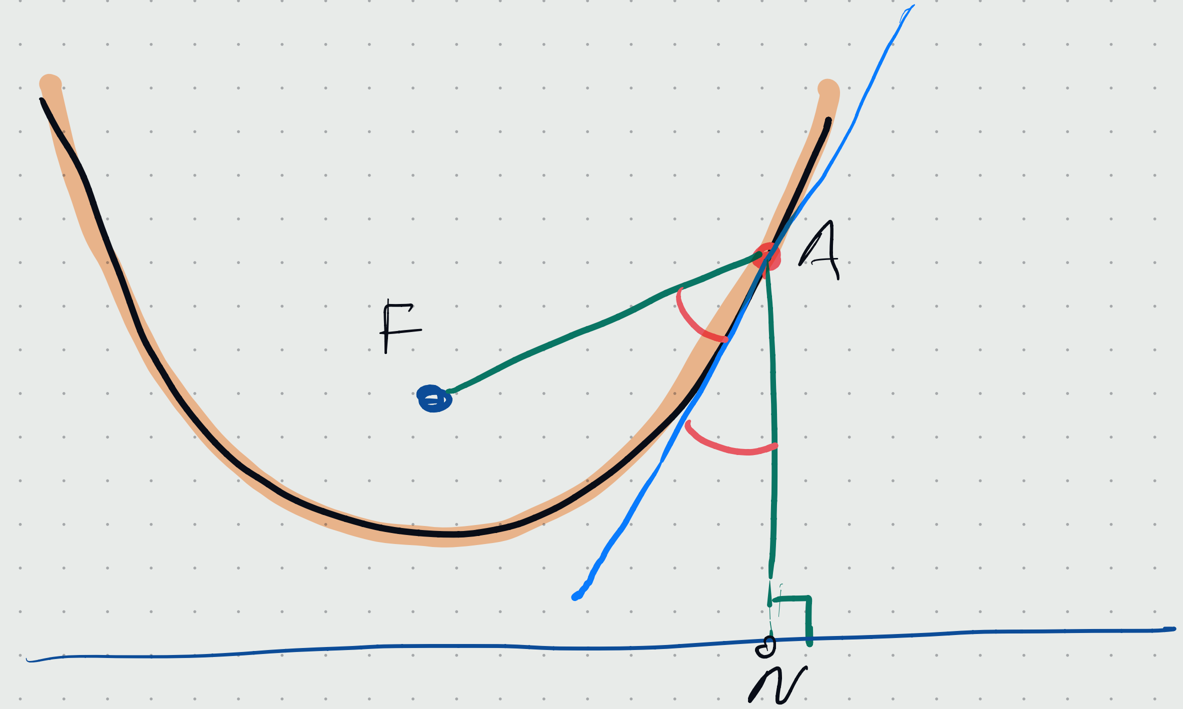


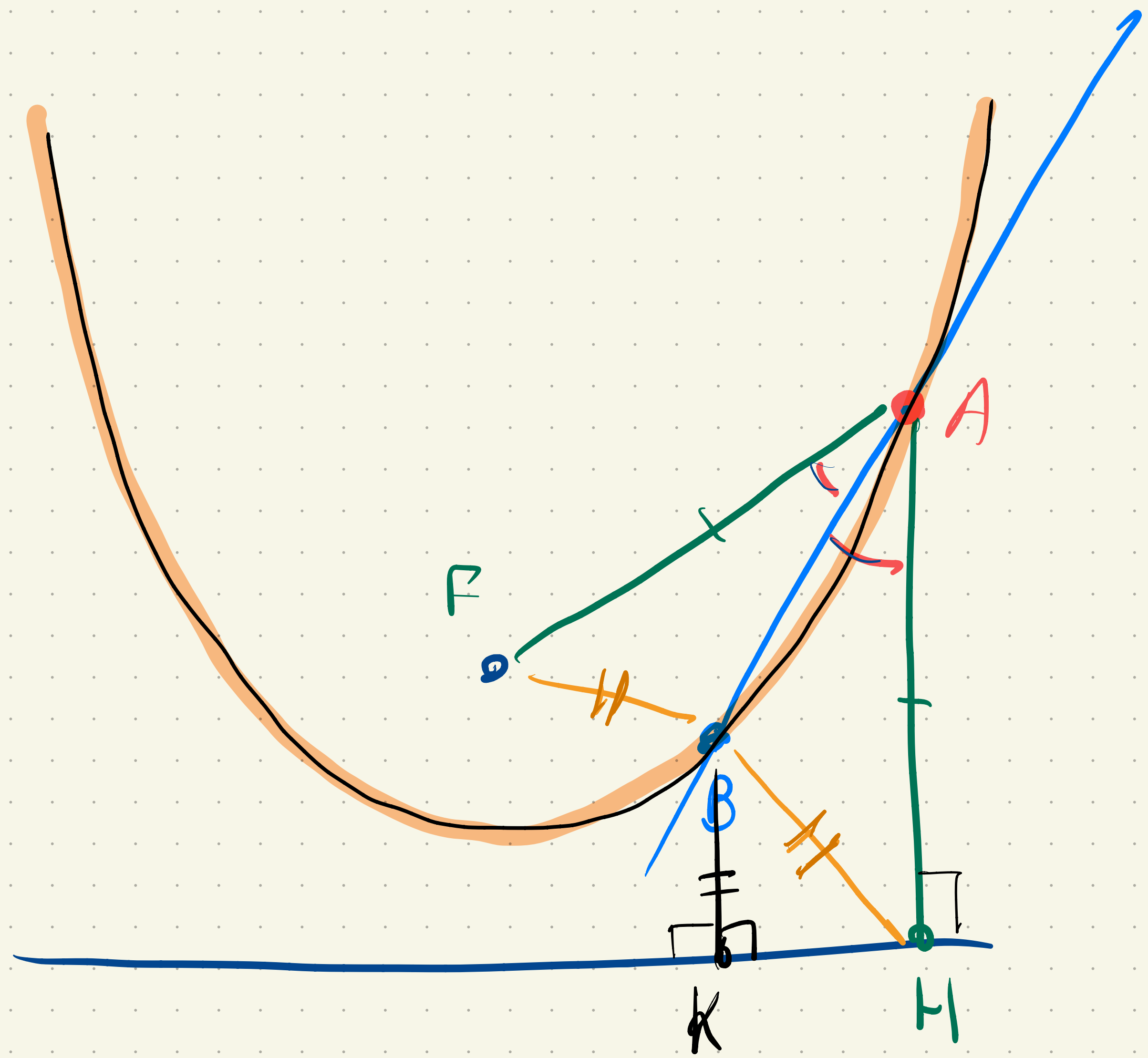
$AF = AN$

F – фокус

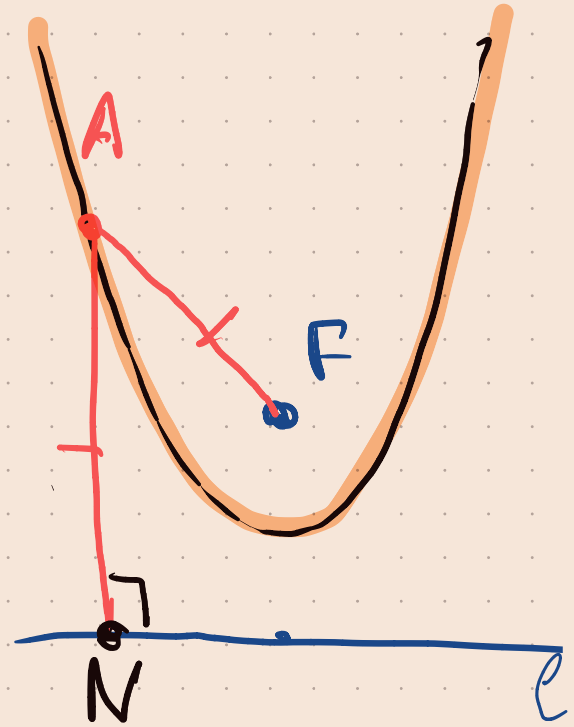
l – директриса

3. Докажите оптическое свойство параболы:





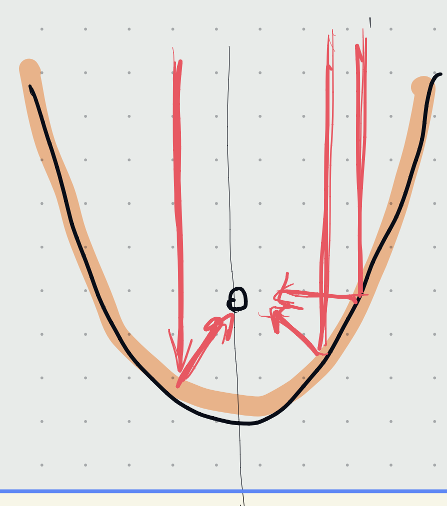
Парабола



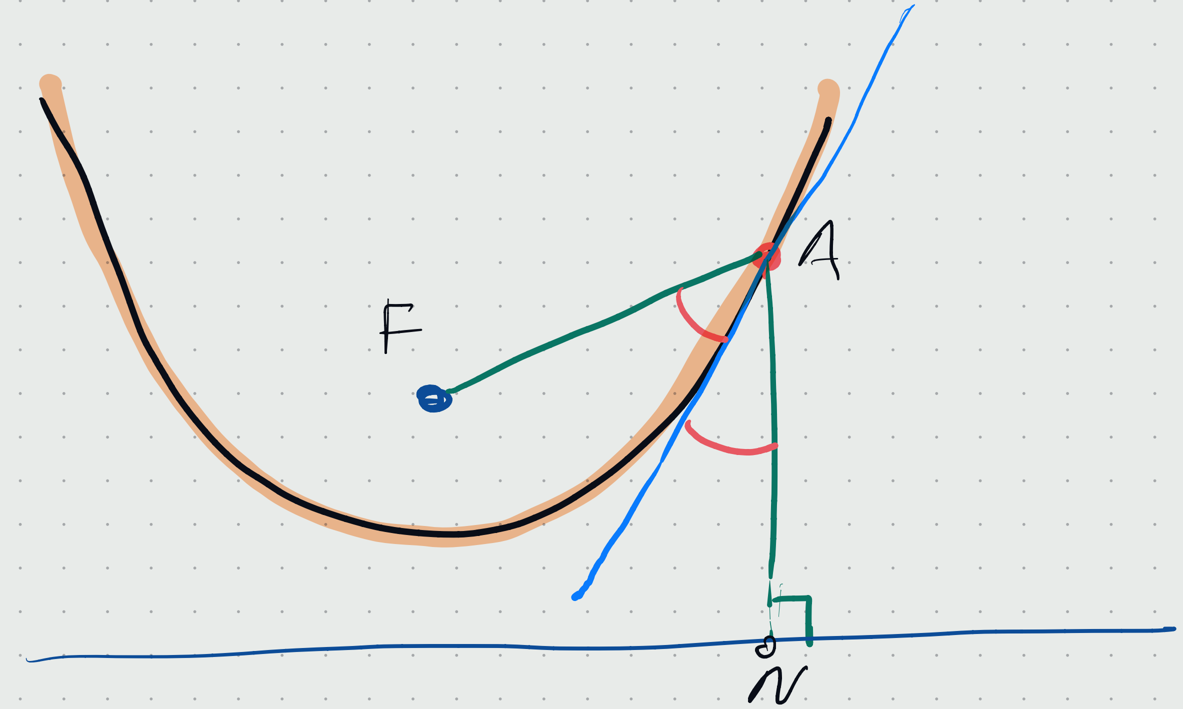
AF = AN

F – фокус
l – директриса

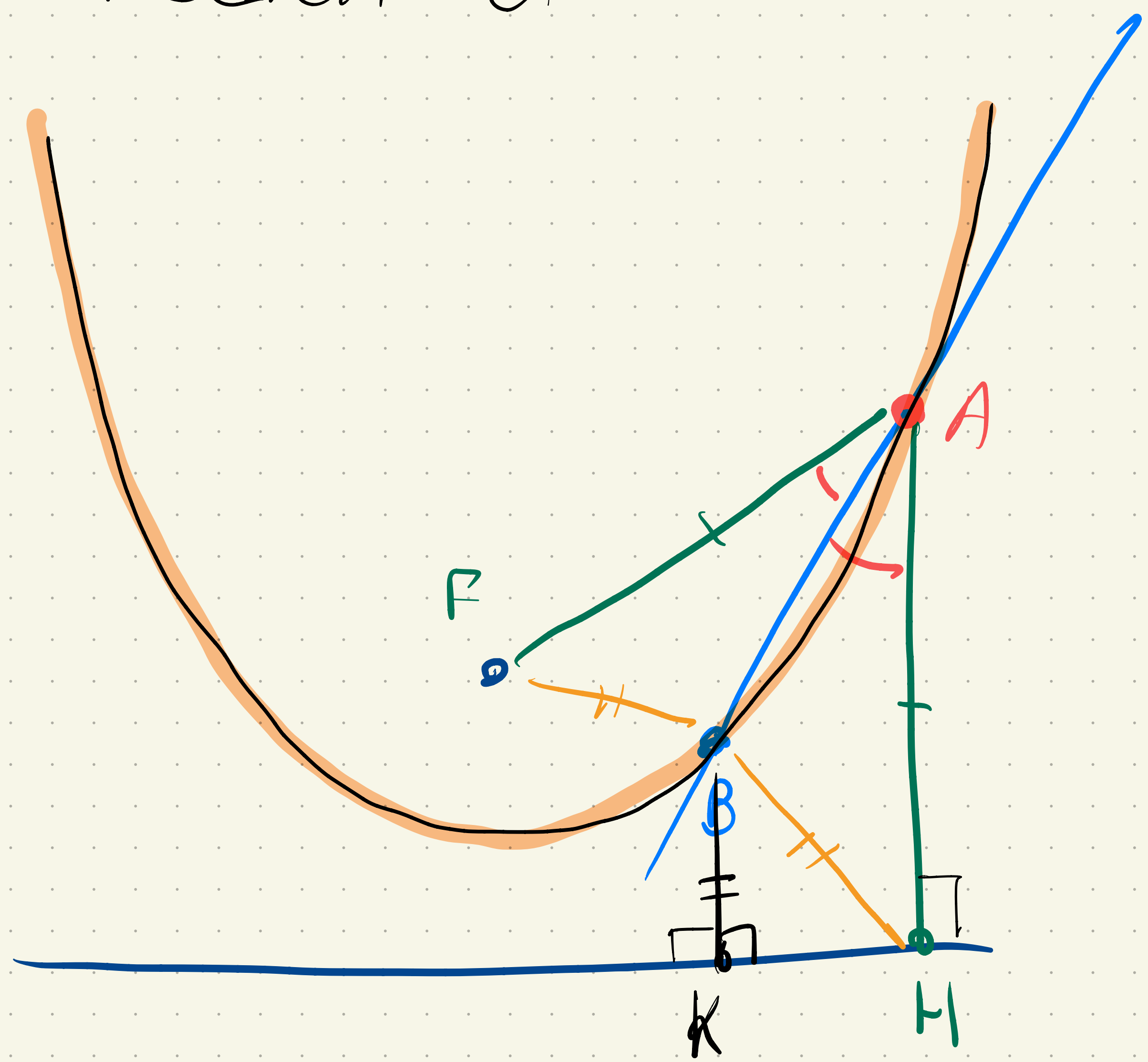
3' Докажите:



3. Докажите оптическое свойство параболы:



Решение:

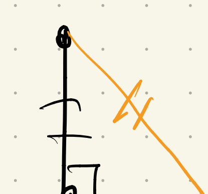


Если биссекриса – не касательная, то биссекриса пересекает параболу в двух точках, A и B

Т.к. AF = AH и ∠FAB = ∠HAB, то BF = BH

Но: BF = BK по свойству параболы

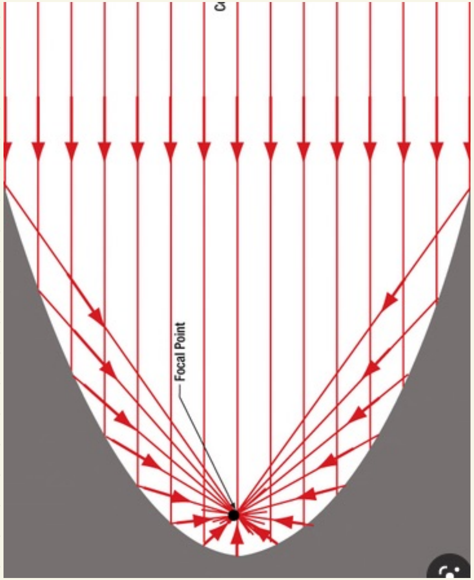
Противоречие:

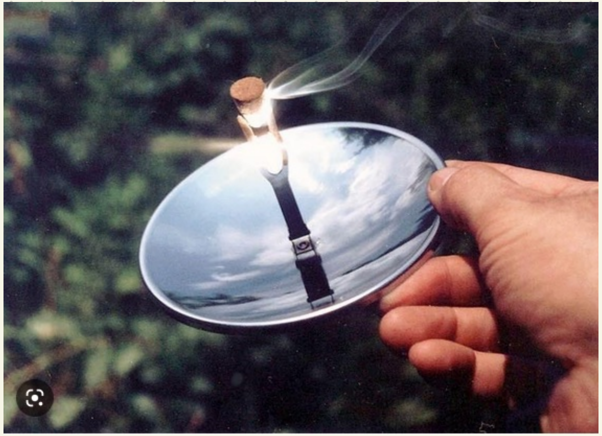


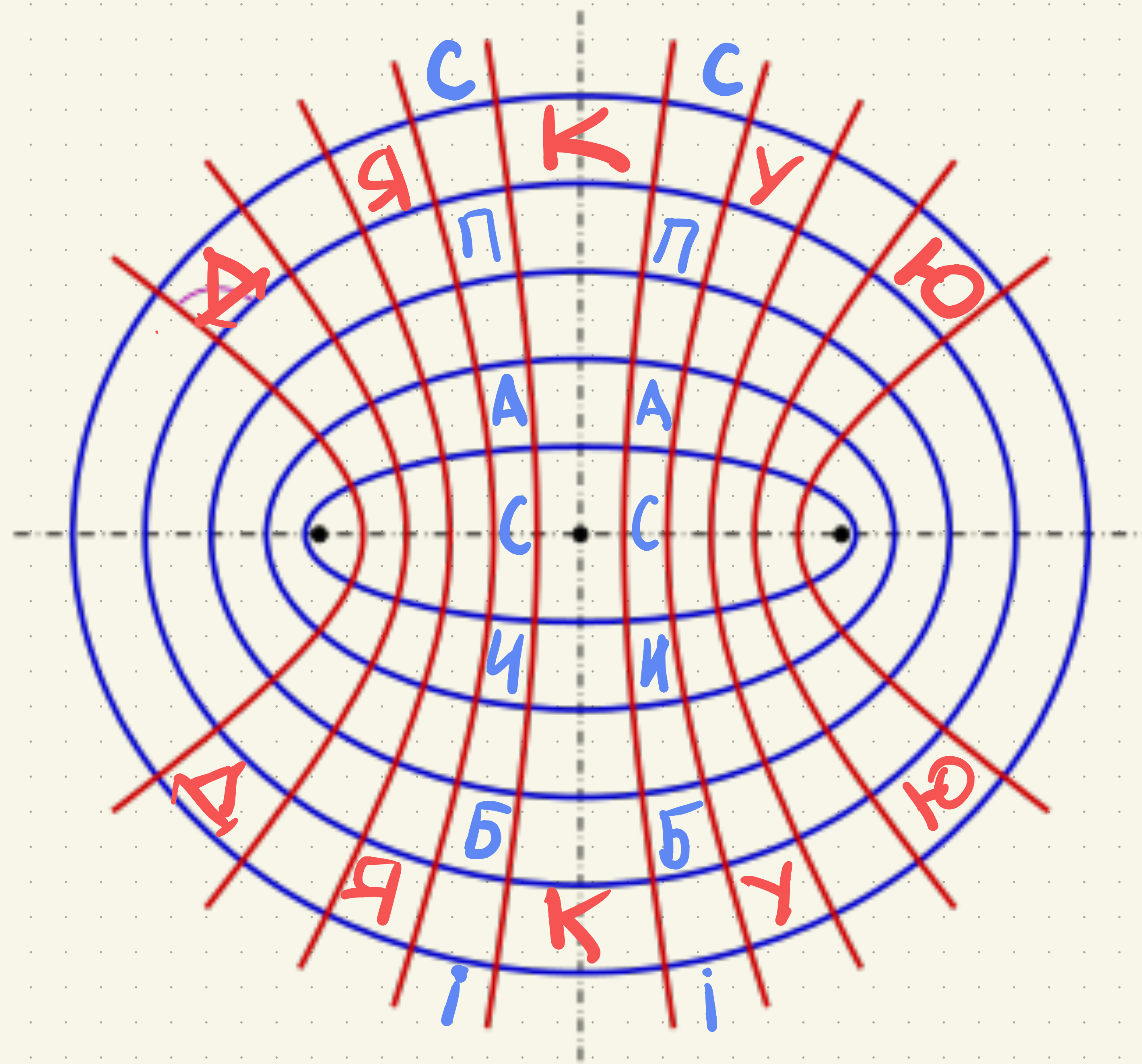
Оптическое свойство параболы:

(параболическое зеркало)

← параболоид вращения






ДЯКУЮ
ДЯКУЮ
СПАСИБІ
СПАСИБІ