

8

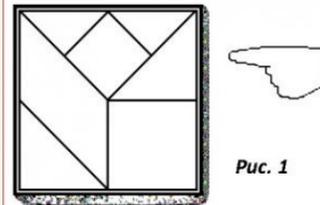
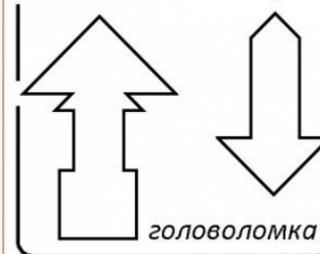
## Равносоставленность

[ Scissors congruence ]

[ Рівноскладеність ]



## Пифагор

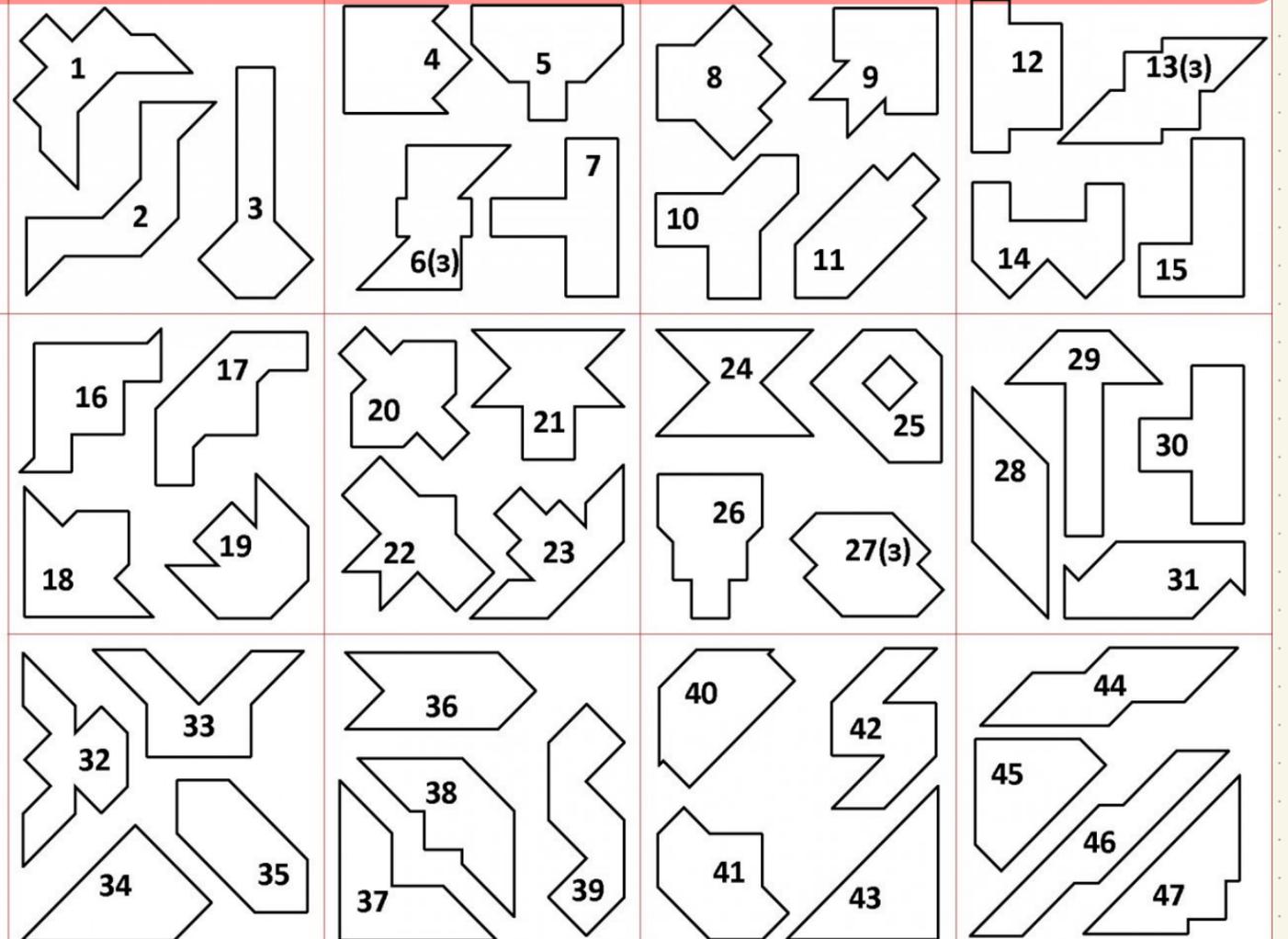


Головоломка «Пифагор» предназначена для применения в качестве настольной игры, развивает сообразительность, пространственное мышление и является увлекательным занятием для заполнения досуга.

1. КОМПЛЕКТНОСТЬ  
Коробка пластмассовая — 1 шт.  
Фигурки — 7 шт.  
Руководство по эксплуатации — 1 шт.

2. ПРАВИЛА ИГРЫ  
Достаньте из коробки фигурки и соберите одну из 100 фигур, изображенных в настоящем руководстве по эксплуатации, при этом обязательно используйте все семь фигурок. 100 фигур — не предел. Ваше творчество при составлении новых фигур не ограничено. Придуманные фигуры предложите собрать родственникам, знакомым.

Укладку фигурок в коробку производите в соответствии с рисунком — 1 это 101 фигура, сложить которую можно предложить Вашим знакомым.



Фигуры  $A$  и  $B$  называются **равносоставленными**, если  $A$  можно разрезать на конечное число частей и сложить из них  $B$ .

**Разминка** Приведите пример:

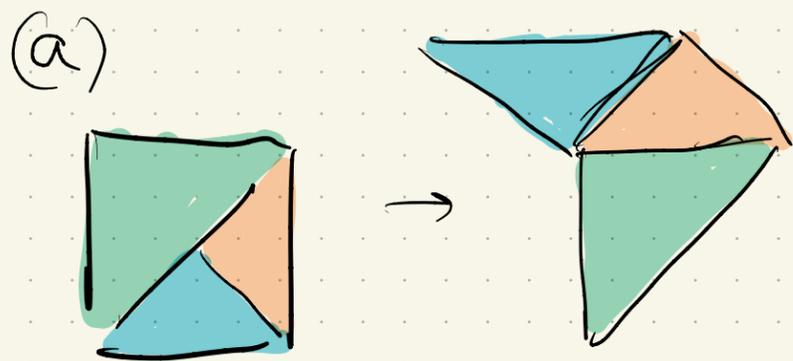
- (а) равносоставленных квадрата и пятиугольника.
- (б) двух неравносоставленных многоугольников.

Фигуры  $A$  и  $B$  называются **равносоставленными**, если  $A$  можно разрезать на конечное число частей и сложить из них  $B$ .

**Разминка** Приведите пример:

- (а) равносоставленных квадрата и пятиугольника.
- (б) двух неравносоставленных многоугольников.

Решение:

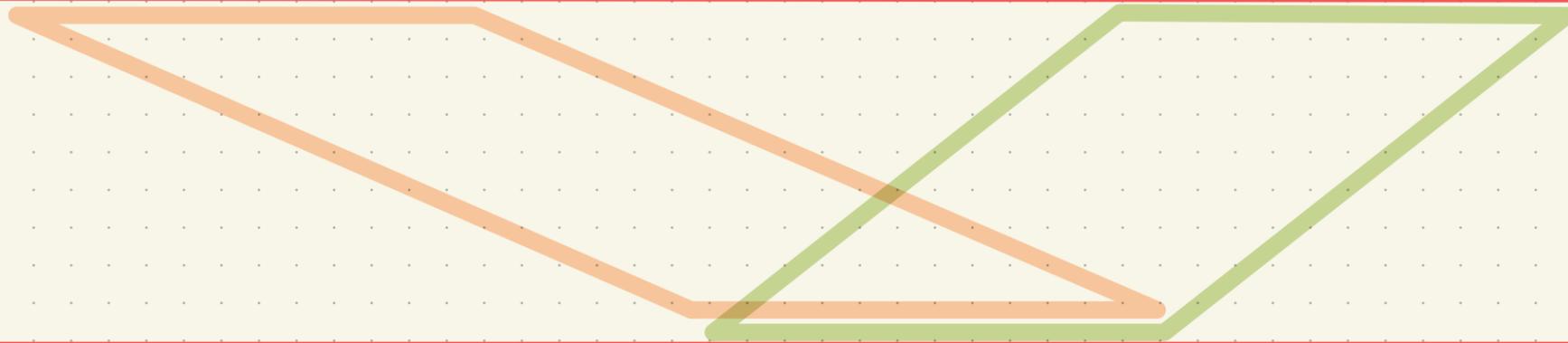


(б) Если площади  $A$  и  $B$  различны, то  $A$  и  $B$  не равносоставны.



## Разминка параллелограммная

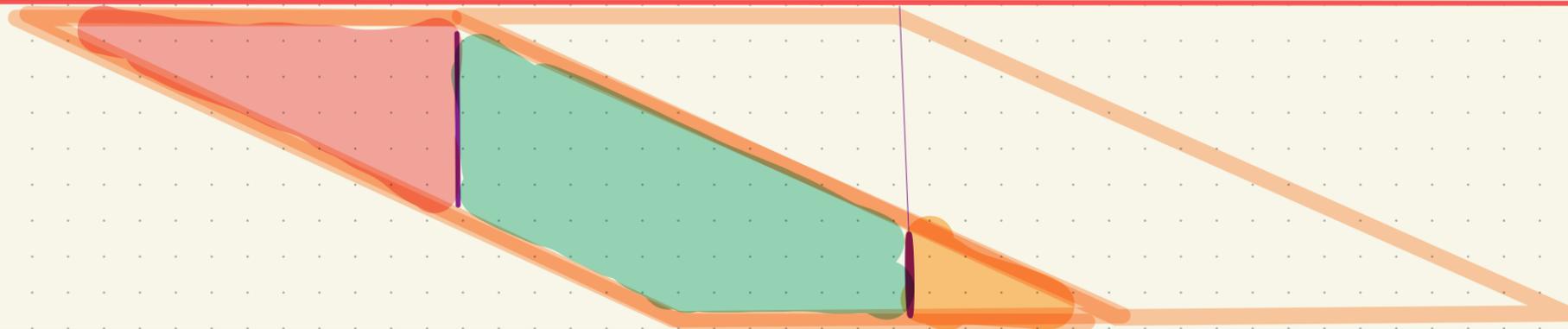
Покажите, что любые два параллелограмма с одинаковым основанием и одинаковой высотой равноставны.



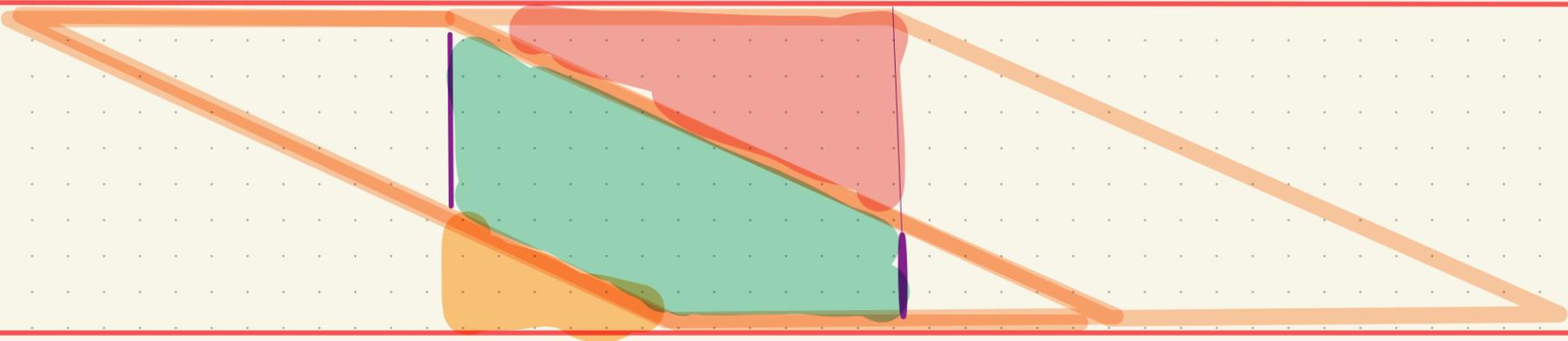
# Разминка параллелограммная

Покажите, что любые два параллелограмма с одинаковым основанием и одинаковой высотой равносоставны.

Решение:



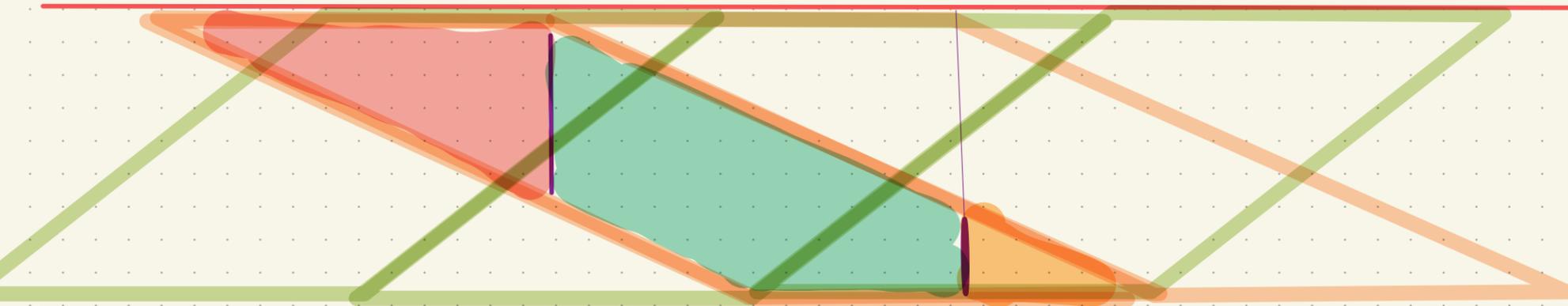
"Параллелограмм равносоставлен прямоугольнику"



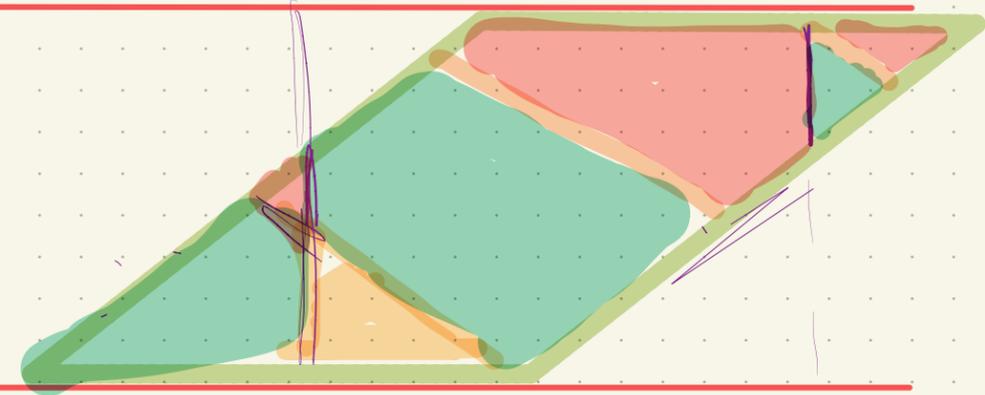
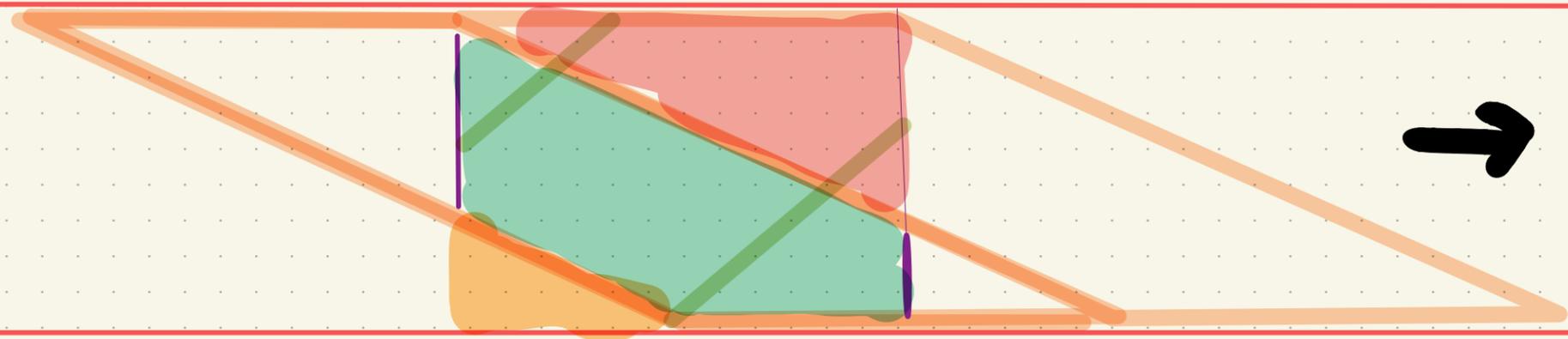
# Разминка параллелограммная

Покажите, что любые два параллелограмма с одинаковым основанием и одинаковой высотой равноставны.

Решение



можно оба параллелограмма превратить в один и тот же прямоугольник и потом перекладывать мелкие куски.



# Разминка транзитивная:

Пусть  $P_1, P_2, P_3$  — многоугольники.

Если  $P_1$  и  $P_2$  равносоставлены

и  $P_2$  и  $P_3$  равносоставлены,

то и  $P_1$  и  $P_3$  тоже равносоставлены.

# Разминка транзитивная:

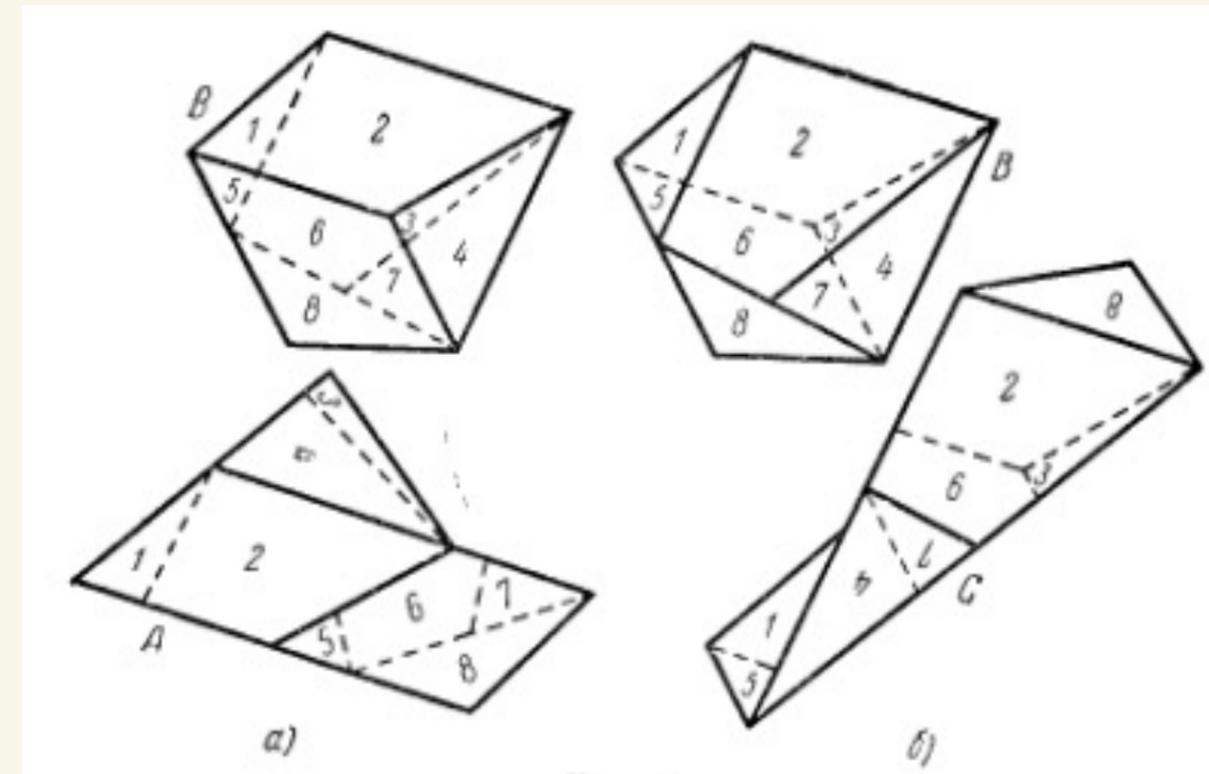
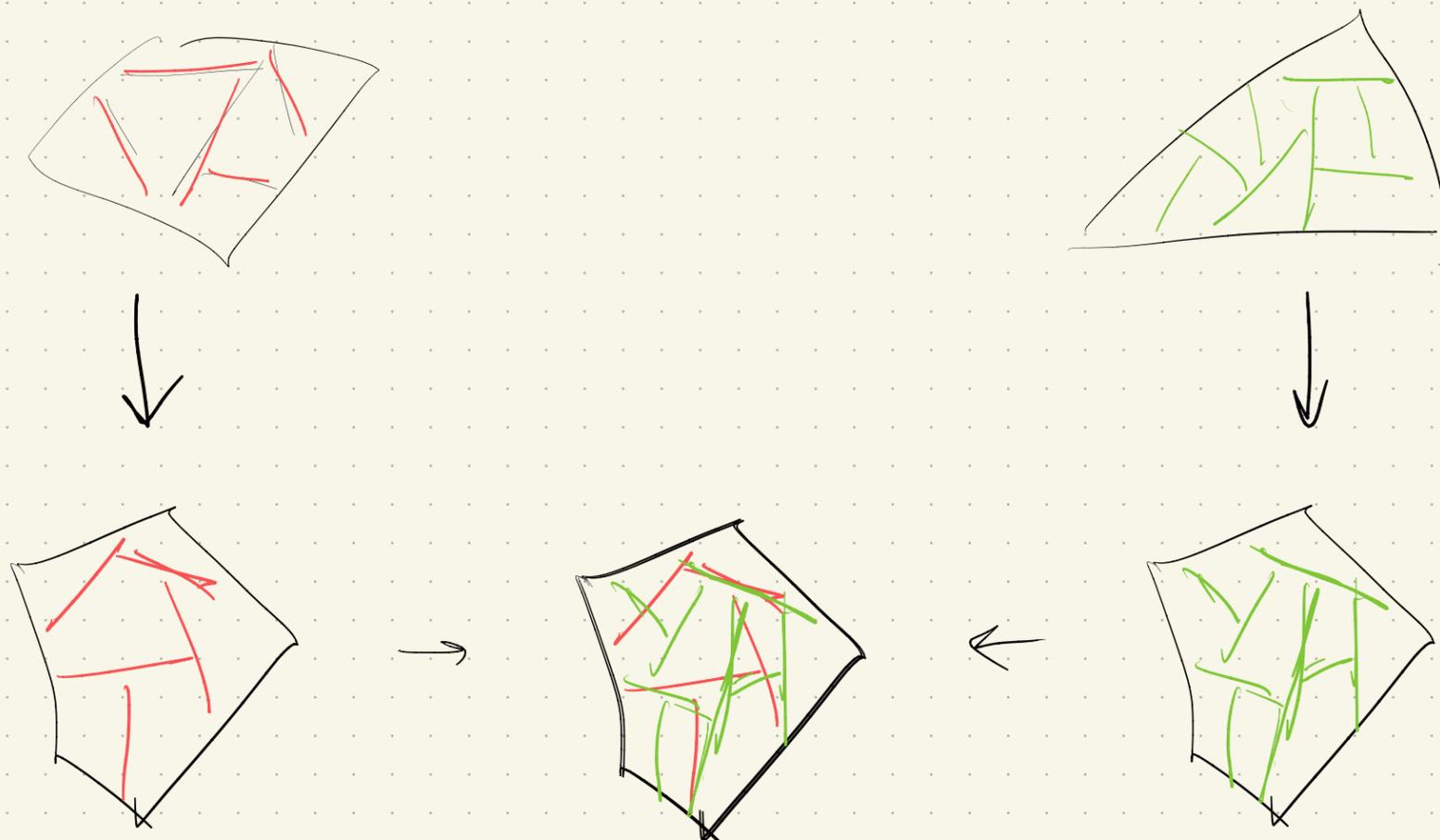
Пусть  $P_1, P_2, P_3$  — многоугольники.

Если  $P_1$  и  $P_2$  равносоставлены

и  $P_2$  и  $P_3$  равносоставлены,

то и  $P_1$  и  $P_3$  тоже равносоставлены.

Решение:



Из книги В.Г. Болтянского  
"Равновеликие и равносоставные  
фигуры"

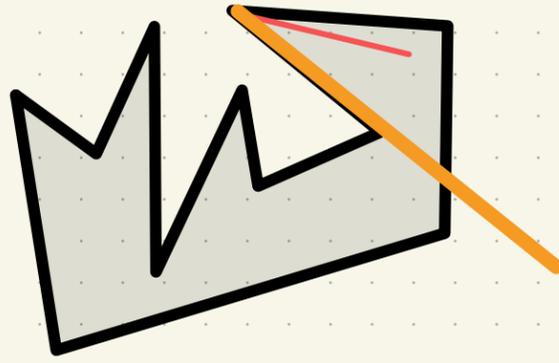
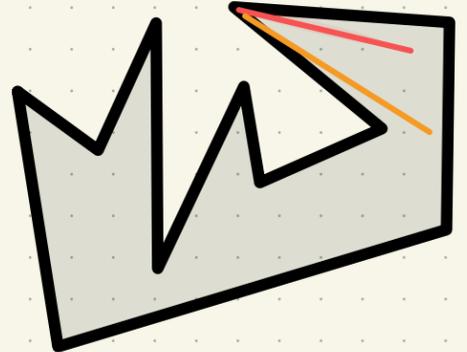
1 Докажите, что любой многоугольник можно разрезать на конечное число треугольников.

1 Докажите, что любой многоугольник можно разрезать на конечное число треугольников.

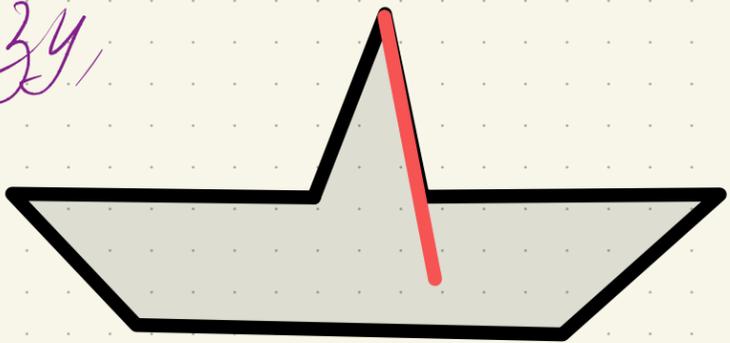
Решение:

индукция по числу  $n$  вершин  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

- Выберем угол с вершиной  $A_1$
- Выпустим из него внутри многоугольника луч, <sup>почти</sup> вдоль одной из сторон.
- Будем его медленно поворачивать, пока на что-нибудь не наткнется
- Когда упрется - многоугольник разрежется на два многоугольника с меньшим, чем  $n$  числом сторон.



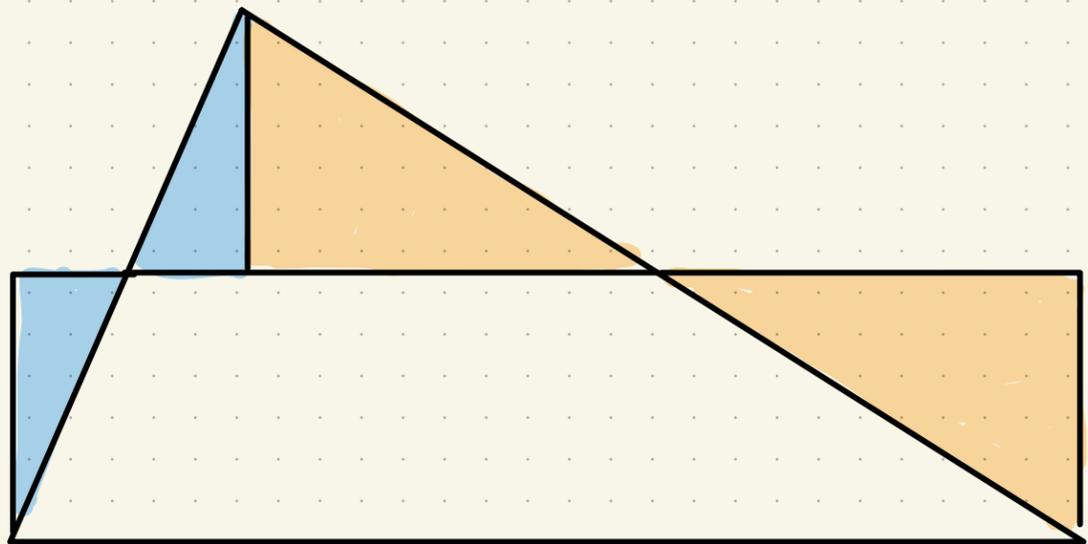
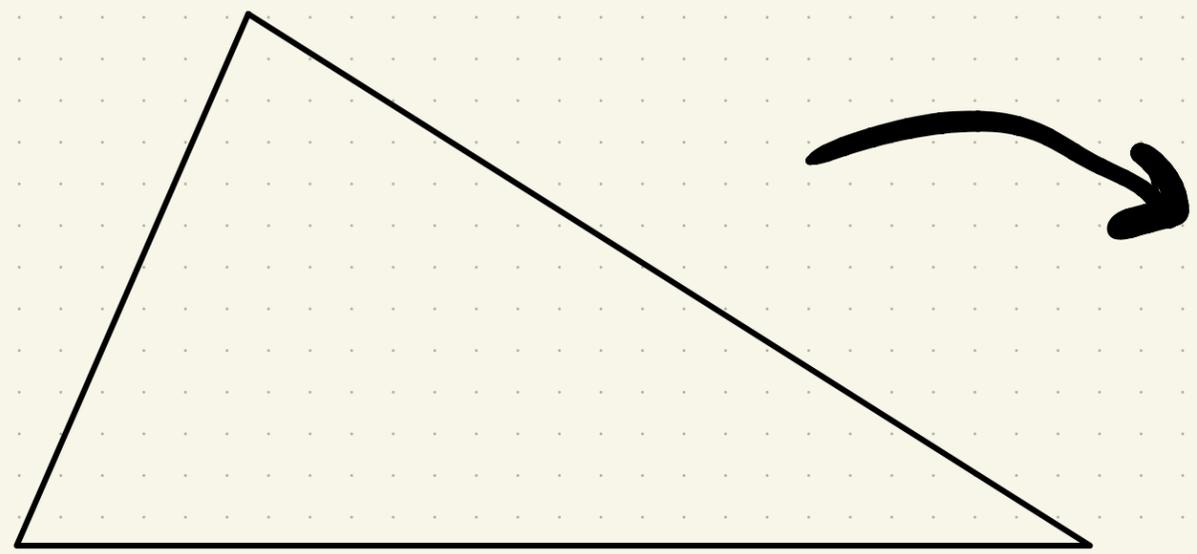
Замечание: можно разрезаться сразу, вдоль первой стороны



② Докажите, что треугольник с основанием  $a$  равносоставлен прямоугольнику  $a \times x$  (для подходящего  $x$ ).

2 Докажите, что треугольник с основанием  $a$  равносоставлен прямоугольнику  $a \times x$  (для подходящего  $x$ ).

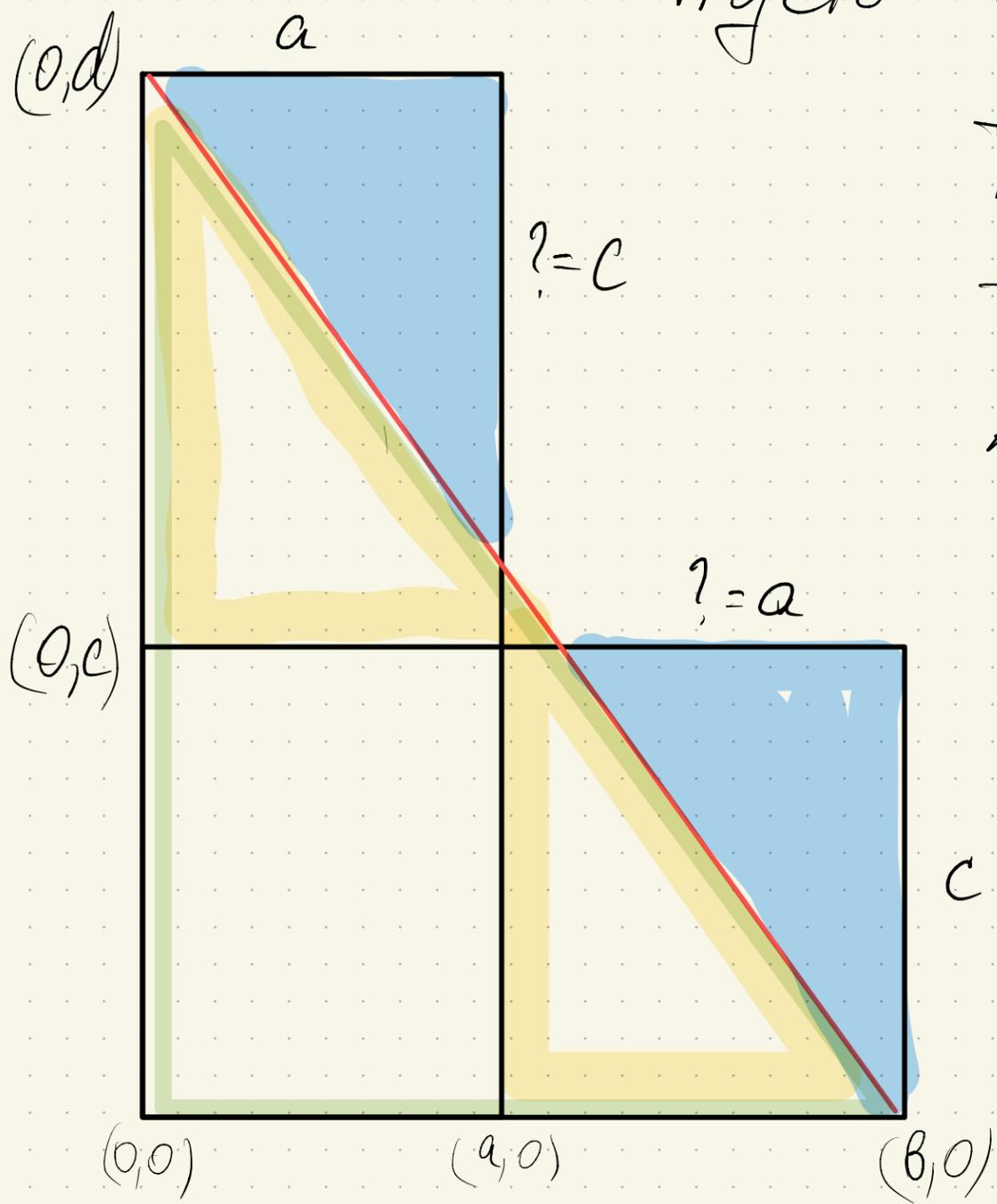
Решение:



③ Покажите, что любые два прямоугольника одинаковой площади равносоставлены.

③ Покажите, что любые два прямоугольника одинаковой площади равносоставлены.

Решение:



Пусть  $ad = bc$  (равная площадь)

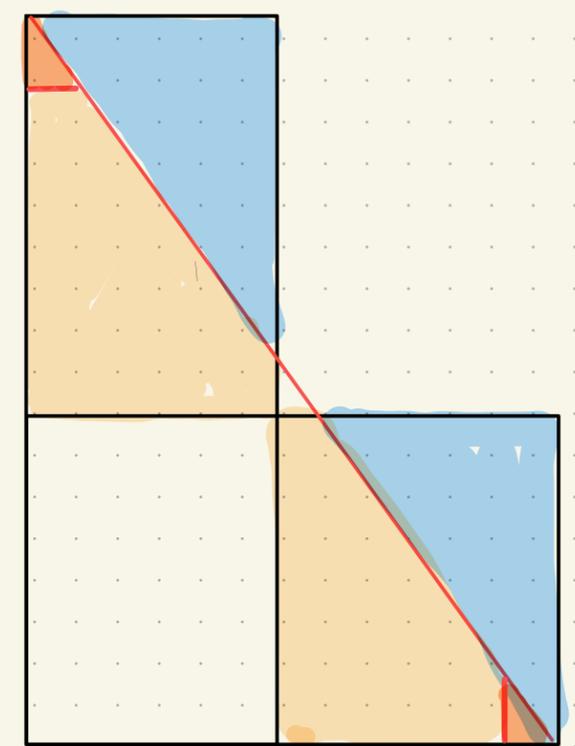
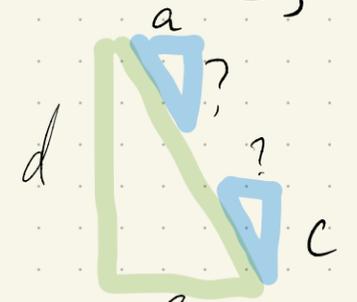
Тогда  $\frac{b}{d} = \frac{a}{c}$

Т.к. все треугольнички на рисунке подобны, катеты обоих **синих** треугольничков равны  $a$  и  $c$ .

Тогда **желтые** треугольнички тоже равны:

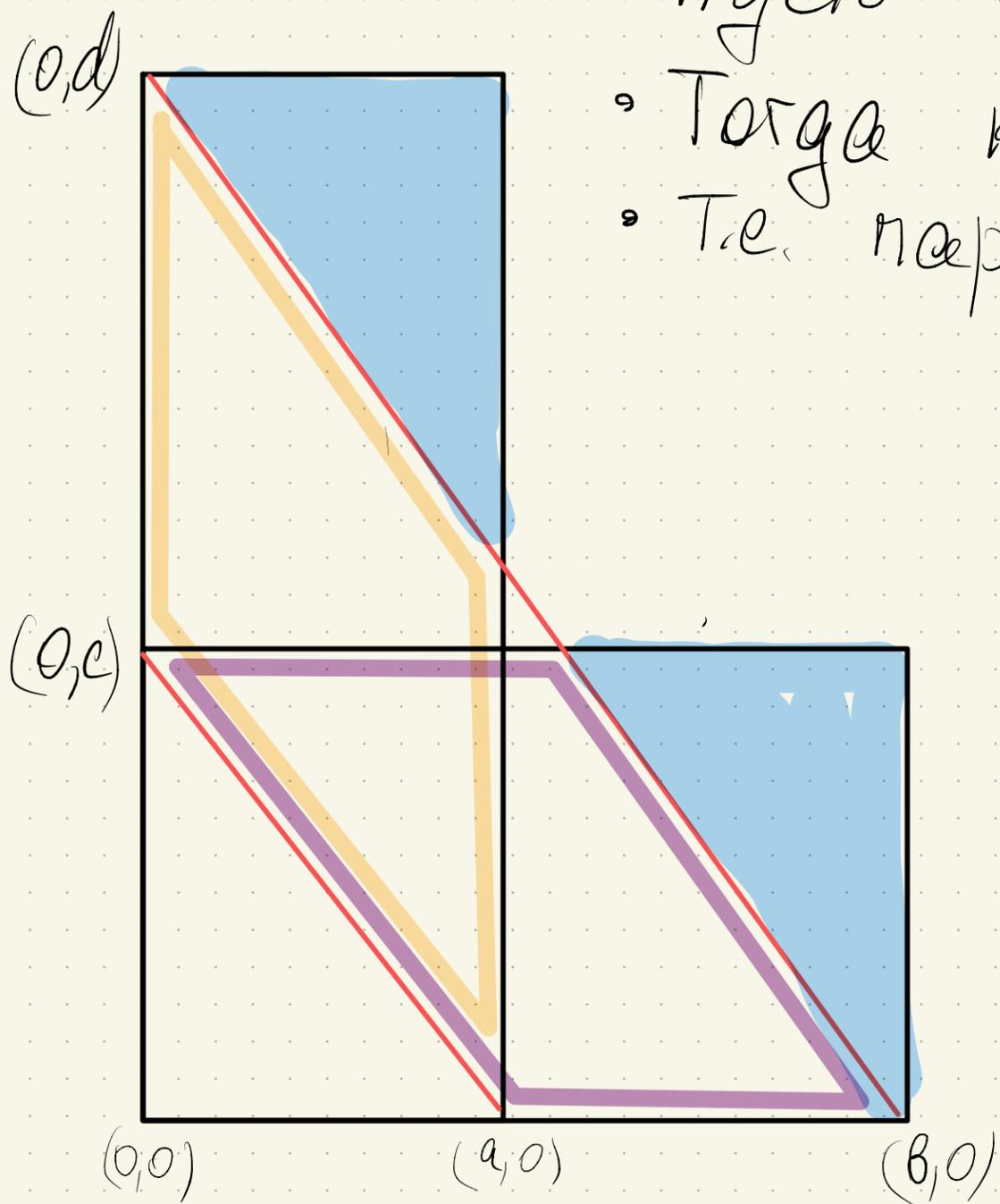
$\frac{1}{2}(b-a) \times (d-c)$

Т.е. можно переложить так!

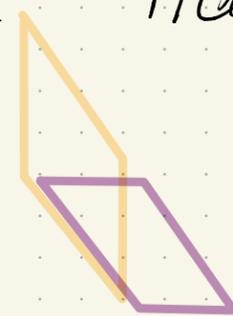


③ Покажите, что любые два прямоугольника одинаковой площади равносоставлены.

Решение 2:



- Пусть  $ad = bc$  (равная площадь)
- Тогда красные прямые параллельны,  $\left(\frac{d}{c} = \frac{b}{a}\right)$
- Т.е. параллелограммы имеют равные площади



(общее основание и высота)

- т.е. параллелограммы равносоставны, (см. размышку)

а синие треугольнички равны (они подобны и равной площади).

