

9

Равносоставленные фигуры - 2

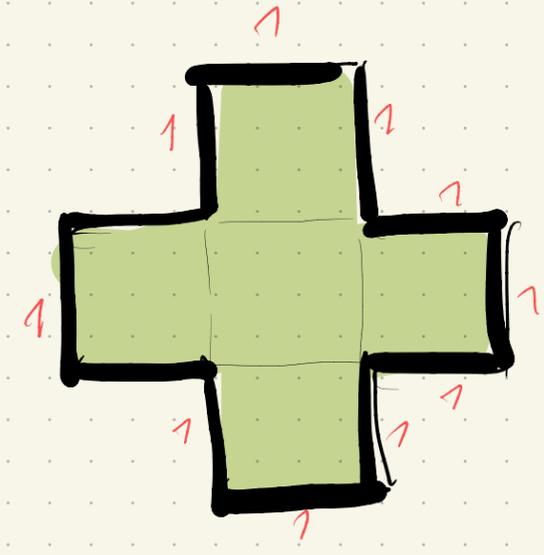
Третья
проблема
Гильберта



Древнеримская
мозаика
в «Доме Диониса»
Paphos, Кипр

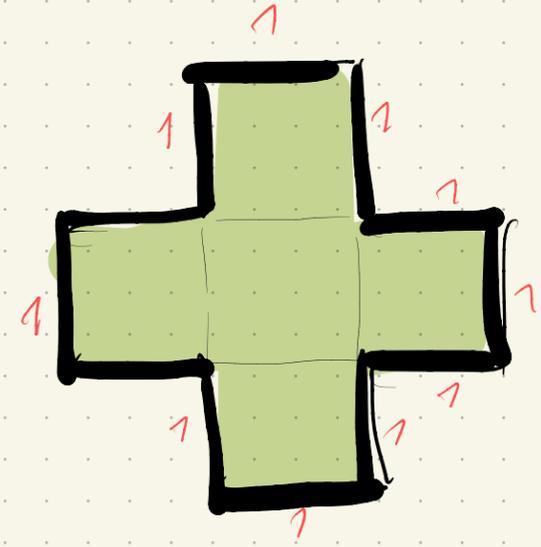
Разминка:

Являются ли равносоставленными
крест и квадрат
(соответствующего размера) ?

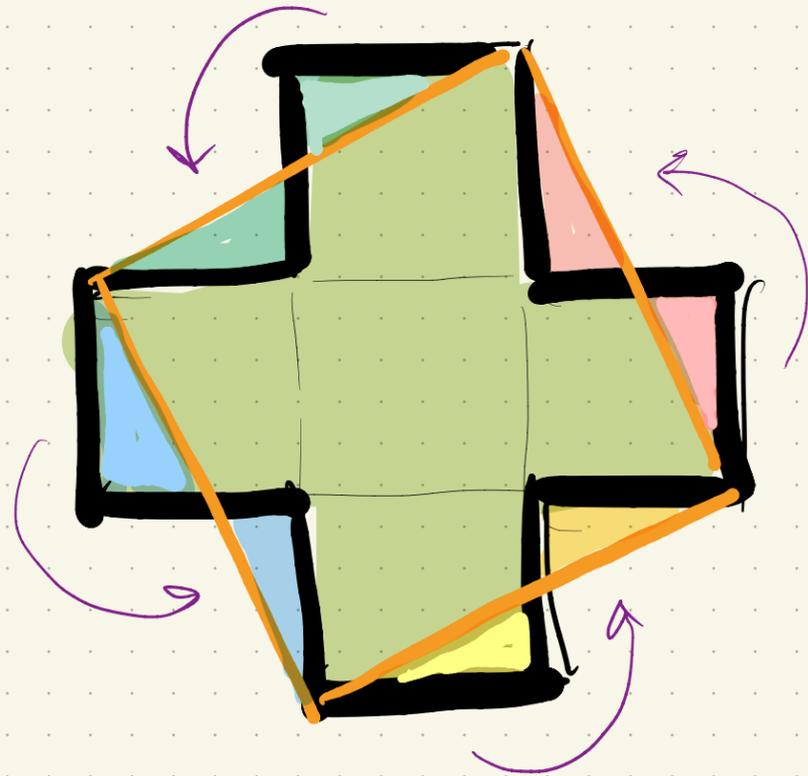


Разминка:

Являются ли равносоставленными
крест и квадрат
(соответствующего размера)?



Решение:



4 Докажите теорему:

Два многоугольника равносторонны
тогда и только тогда,
когда у них равна площадь.

William Wallace (1807)
Farkas Bolyai (1833)
P. Gerwien (1835)

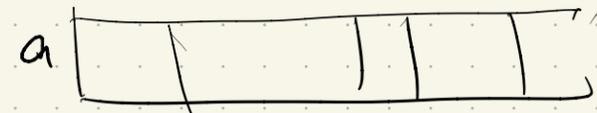
④ Докажите теорему:

Два многоугольника равносторонны
тогда и только тогда,
когда у них равна площадь.

William Wallace (1807)
Farkas Bolyai (1833)
P. Gerwien (1835)

Решение:

- Разрежем на треугольнички ①
- Превратим каждый треугольничек в прямоугольничек ②
- Пусть a — самая короткая из сторон получившихся прямоугольничков
- Превратим каждый из прямоугольничков в $a \times x_i$ ③
- Составим их всех в один прямоугольничек $a \cdot (x_1 + \dots + x_n)$
- Превратим его в квадрат.



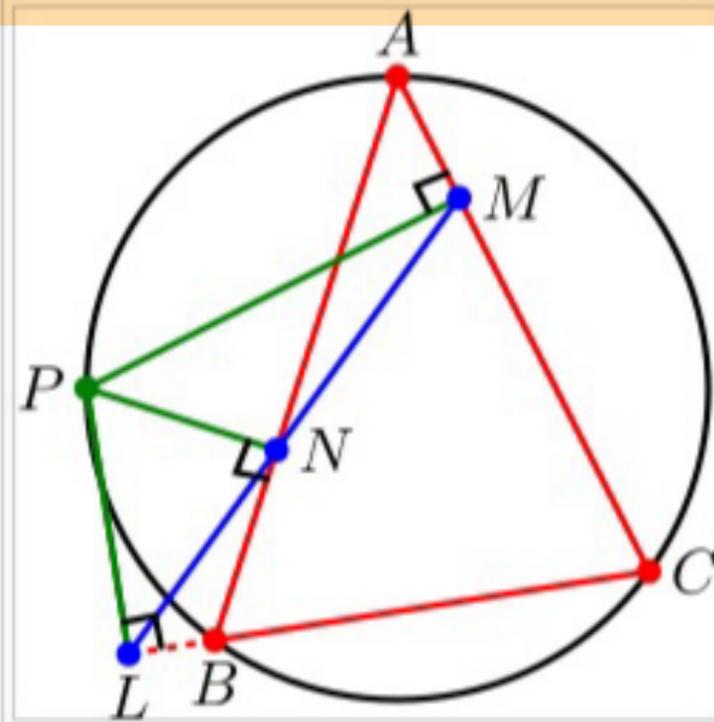


William Wallace

William Wallace (1768-1843)

Шотландский математик и астроном
предумал

- прямую Симсона
- механический увеличитель рисунков
- привнес в Британию дифференциальное исчисление.



Прямая Симсона треугольника ABC

Farkas Bolyai



Farkas Bolyai (1775-1856)

Венгерский математик,

друг Гаусса,

думал над аксиомой параллельности,

его сын, János Bolyai - один из первых, кто

предумал

гиперболическую геометрию

Проблемы Гильберта - (1900)

Давид Гильберт (1862 - 1943)

значительно изменил много областей математики,
включая - основания математики
- аксиоматизацию геометрии

В 1900 представил список из 23х

важнейших открытых задач математики

Из них сейчас:

- 9 - считаются решенными
- 6 - частично решены / нет согласия сообщества
- 6 - открыты
- 2 - недостаточно четко поставлены

Из тех, что решены, первая была решена уже в 1902)
3-я проблема Гильберта.



David Hilbert

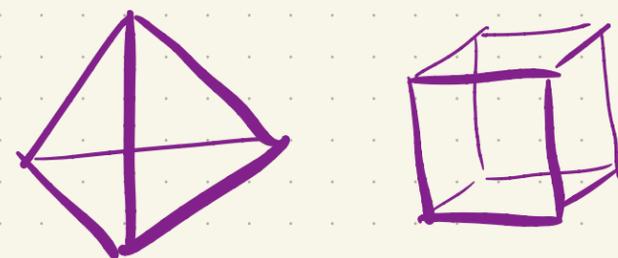


3-я проблема Гильберта:

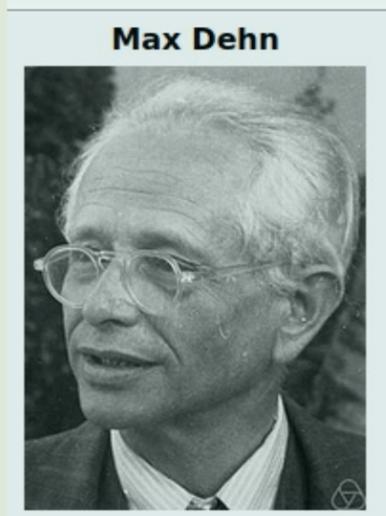
Все ли многогранники одинакового объема равносоставлены?

Ответ: Нет.

Например правильные тетраэдр и куб одного объема не равносоставлены.



Max Dehn

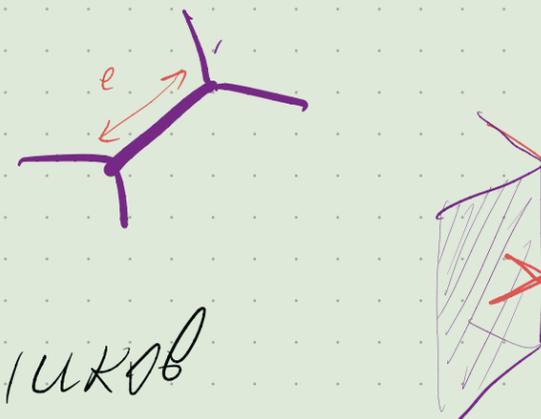


• придумал инвариант (величину, не меняющуюся при перестановке частей)

• инвариант Деана учитывает

- длины рёбер и
- двугранные углы

многогранников



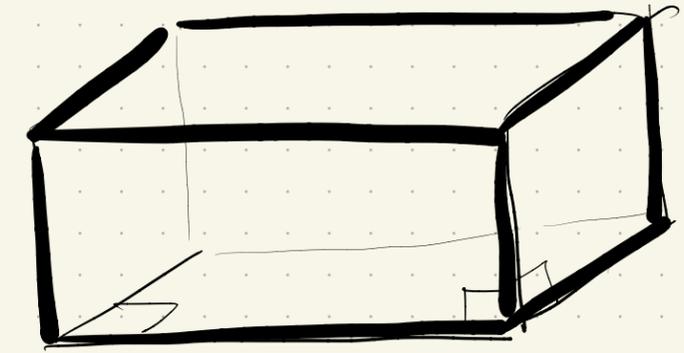
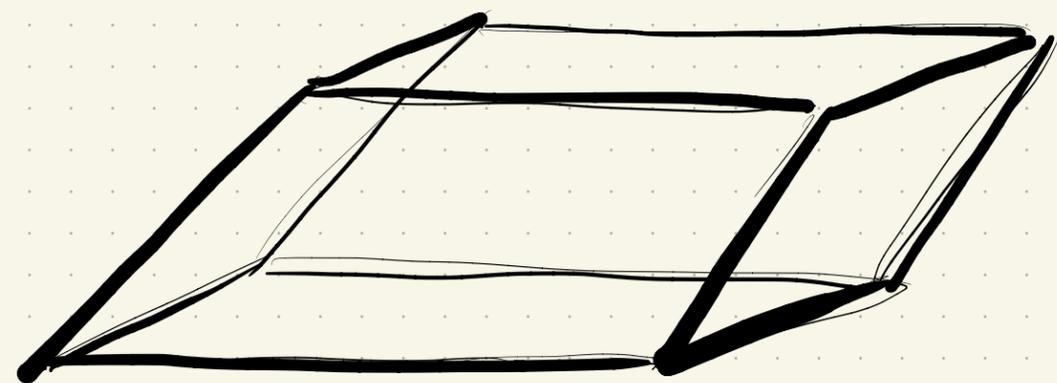
Jean-Pierre Sydler:
(1965)

Равносоставленность
многогранников

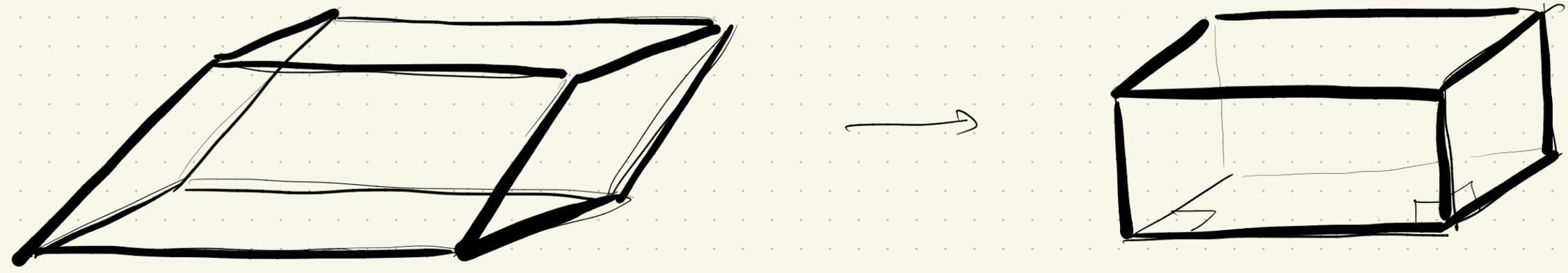


равные объемы и
равные инварианты Деана.

6 Верно ли что любой параллелепипед
равносоставлен прямоугольному?

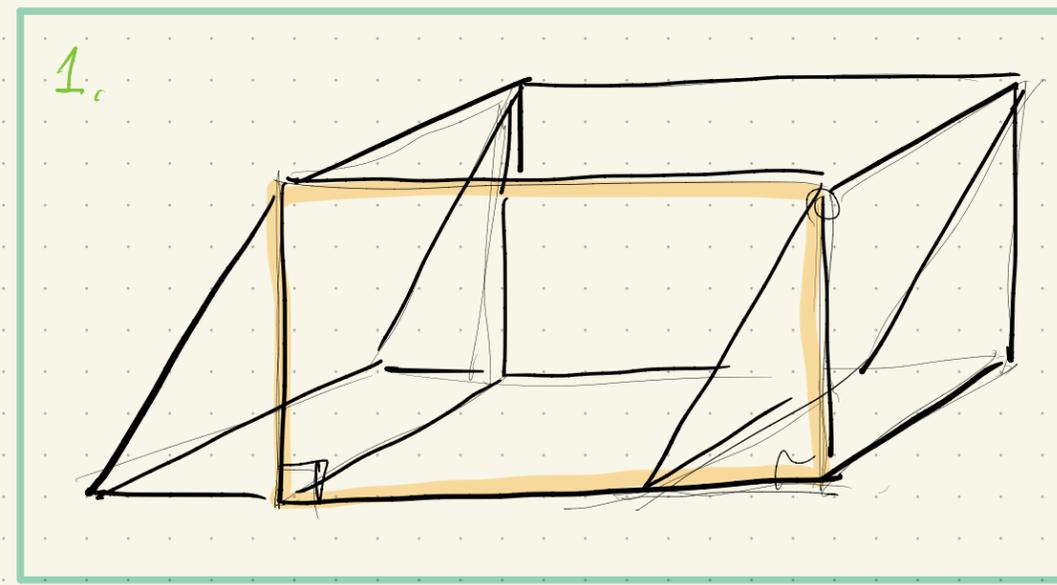


6 Верно ли что любой параллелепипед
равно составлен прямоугольному?



Решение:

Да!



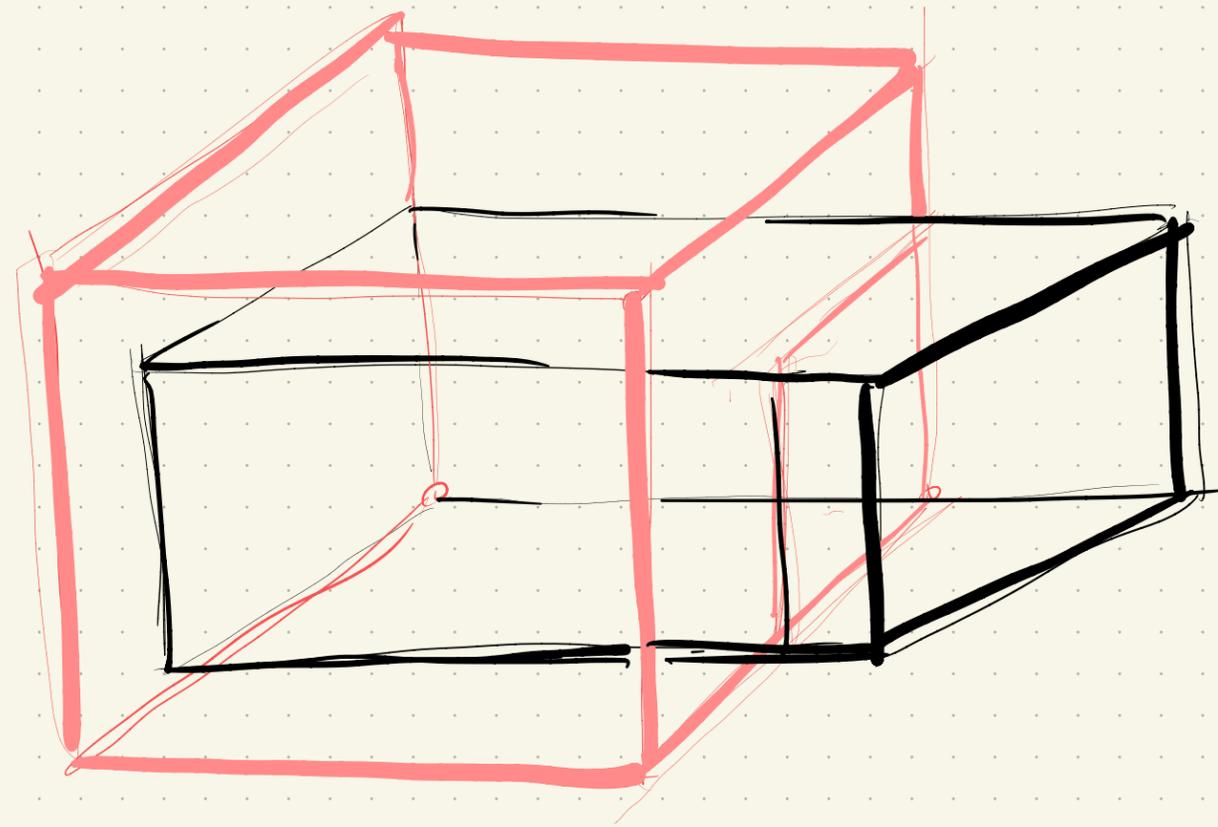
- сделали одну прямоугольную грань
- не изменив форму горизонтальной грани

2. Так же можно сделать
чтобы было две (не параллельных)
прямоугольных грани
(сохранив прямоугольность)

3.

и применить 2-мерную теорему
для оставшегося параллелограмма

7 Верно ли,
что любой прямоугольный параллелепипед
равноставен кубу?



7 Верно ли, что любой прямоугольный параллелепипед равносоставлен кубу?

Решение: Да!

Пусть было $x_0 \times y_0 \times z_0$

Пусть $a = \sqrt[3]{x_0 y_0 z_0}$

Сначала в плоскости xy сделаем $x=a$

(не меняя высоты z)

Теперь $yz = a^2$

и можно сделать $y=a$
(не меняя $x=a$)

Тогда $z=a$

