

Переливание воды

(из пустого
в порожнее)

Винсент Ван Гог, 1888
Натюрморт с кофейником



① Дано: сосуды 3л и 5л,
водопроводный кран и
раковина (куда можно выливать воду)
Нужно: получить 4 литра воды.

① Дано: сосуды 3л и 5л,
водопроводный кран и
раковина (куда можно выливать воду)
Нужно: получить 4 литра воды.

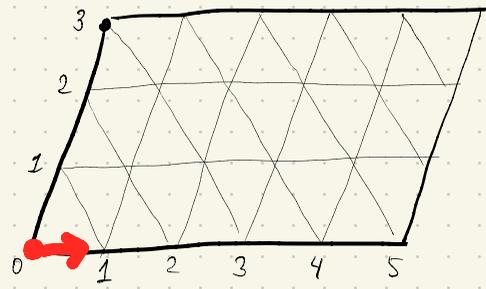
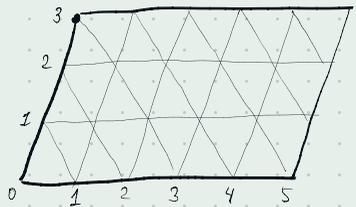
Решение 1

5	3
<hr/>	
5	0
2	3
2	0
0	2
5	2
4	3

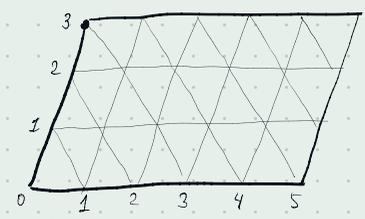
Решение 2:

5	3
<hr/>	
0	3
3	0
3	3
5	1
0	1
1	0
1	3
4	0

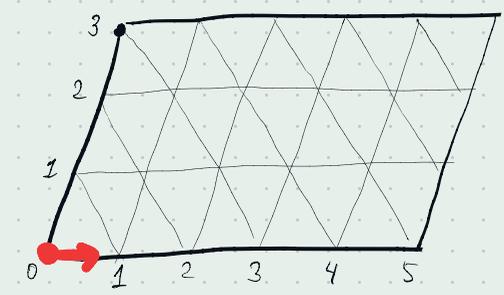
② Бильярд в параллелограмме:
из правильных треугольников.
Продолжите траекторию:



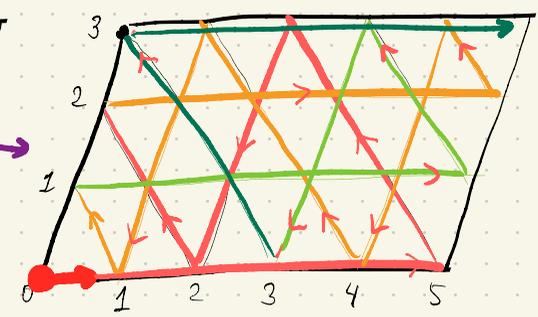
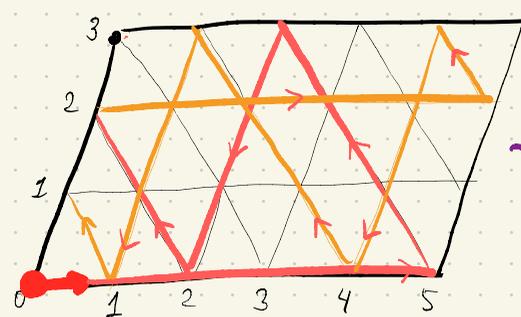
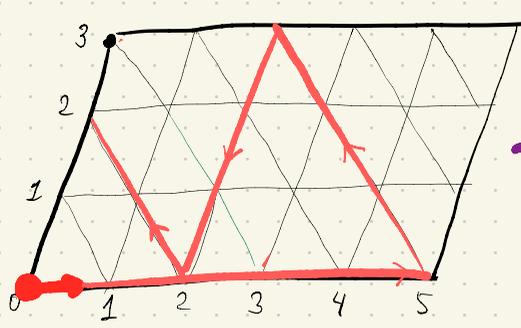
② Бильярд в параллелограмме из правильных треугольников.



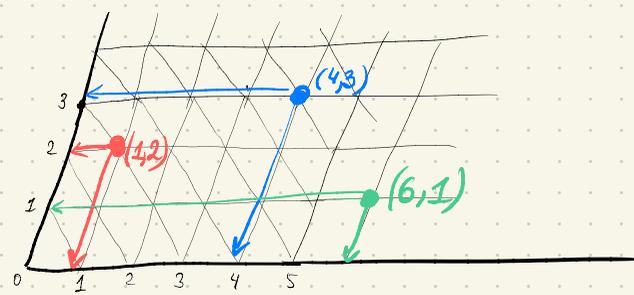
Продолжите траекторию:



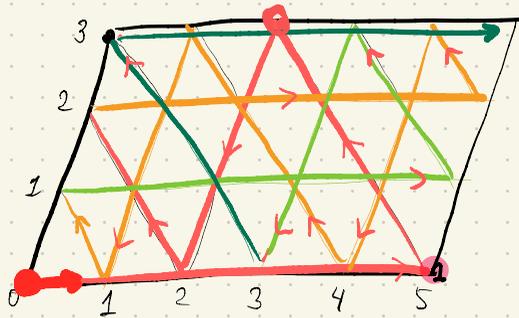
Решение:



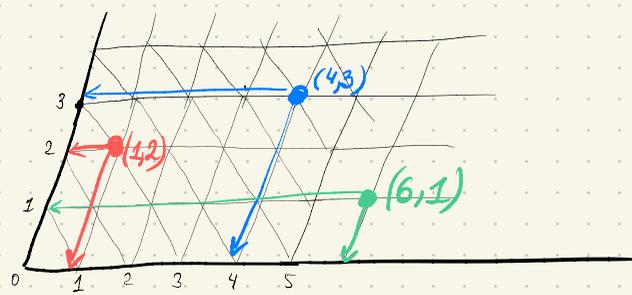
Координаты точек
на треугольной решетке



③ Найдите координаты первых семи ударов шара, об стенку

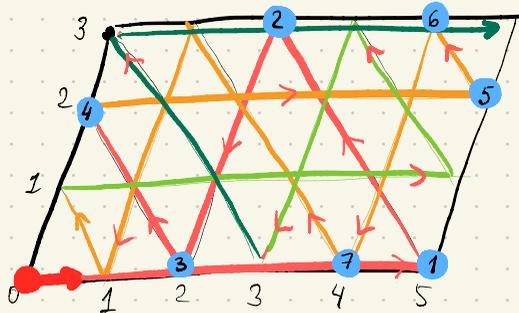


Координаты точек на треугольной решетке



③ Найдите координаты первых семи ударов шара, об стенки

Решение:



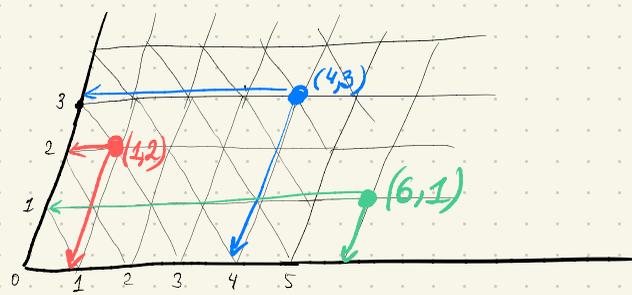
- 1: (5,0)
- 2: (2,3)
- 3: (2,0)
- 4: (0,2)
- 5: (5,2)
- 6: (4,3)
- 7: (4,0)

Сравните:

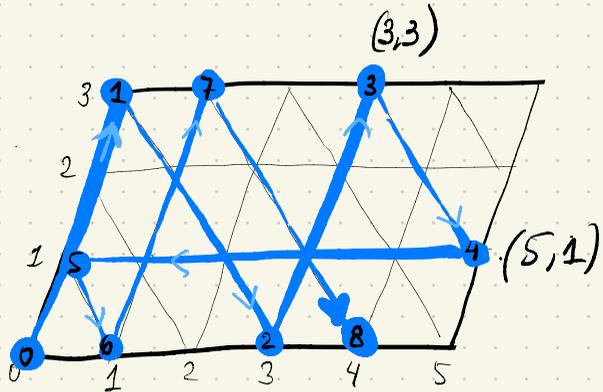
Решение 1

$$\begin{array}{r}
 5 \ 3 \\
 \hline
 5 \ 0 \\
 2 \ 3 \\
 2 \ 0 \\
 0 \ 2 \\
 5 \ 2 \\
 4 \ 3
 \end{array}$$

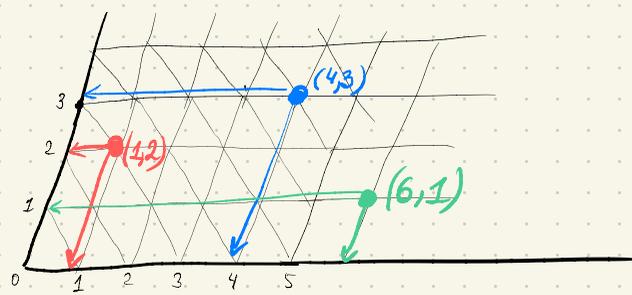
Координаты точек
на треугольной решетке



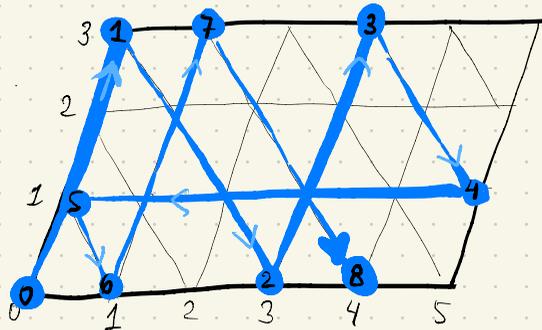
3) Найдите координаты
об стенки
первых восьми ударов шара,



Координаты точек на треугольной решетке



3) Найдите координаты первых восьми ударов шара об стенки.



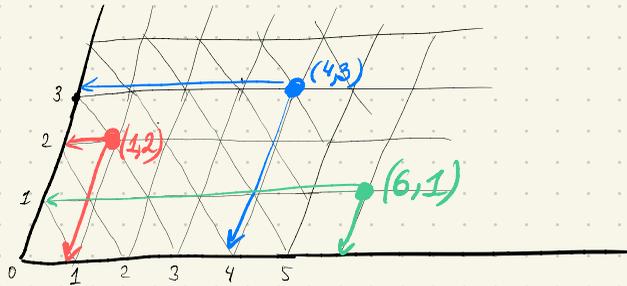
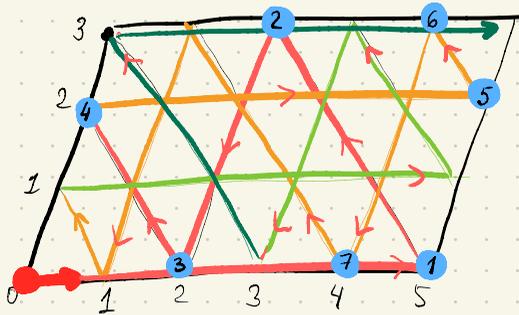
- 1: (0,3)
- 2: (3,0)
- 3: (3,3)
- 4: (5,1)
- 5: (0,1)
- 6: (1,0)
- 7: (1,3)
- 8: (4,0)

Сравните:

Решение 2:

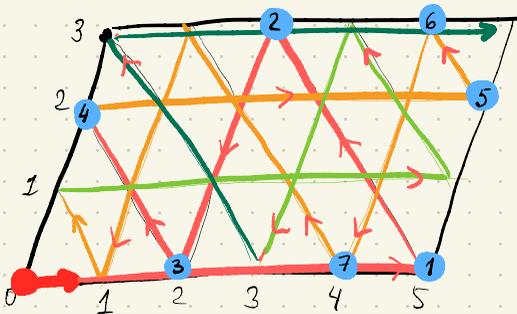
5	3
0	3
3	0
3	3
5	1
0	1
1	0
1	3
4	0

④ Верно ли, что любую траекторию на бильярде в параллелограмме \square (идущую по треугольной сетке) можно реализовать m переливанием воды кувшинами в m и n литров?

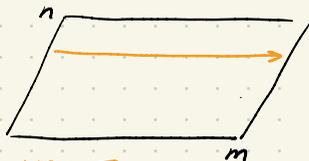


④ Верно ли, что любую траекторию на бильярде в параллелограмме (индуцированную по треугольной сетке) можно реализовать переливанием воды кувшинами в m и n литров?

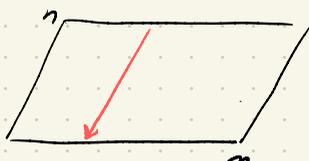
Решение



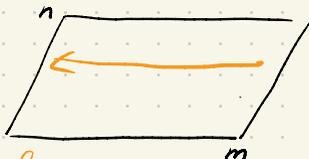
Как реализовать:



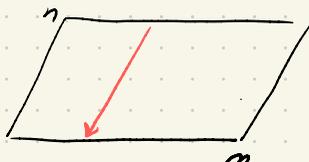
налить m



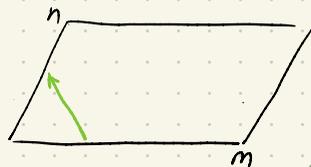
налить n



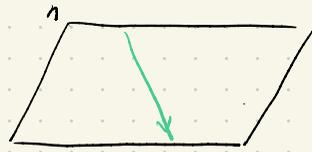
вылить m



вылить n



перелить из m в n



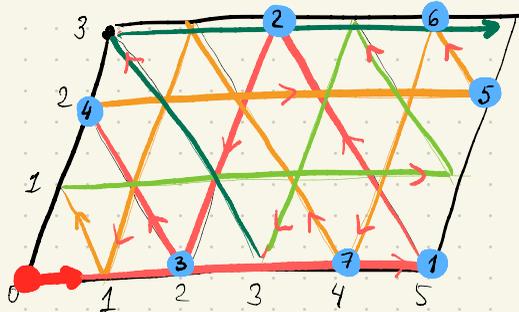
перелить из n в m



перелить из n в m
сколько влезет

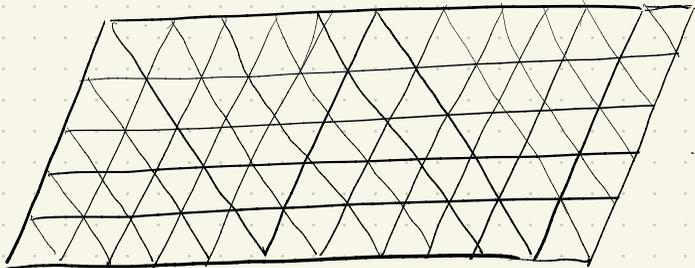
5) Верно ли, что любую последовательность переливания воды кувшинами m и n литров можно реализовать бильярдной траекторией в параллелограмме m на n ?

Решение



Все операции
наливания / выливания / переливания
можно реализовать
бильярдной траекторией
(см. решение задачи 4)

6) Покажите, что кувшинами в 5 и 11 литров
можно набрать любое целое количество литров
меньшее чем 11л.



6) Покажите, что кувшинами в 5 и 11 литров можно набрать любое целое количество литров меньше чем 11л.

Решение:

