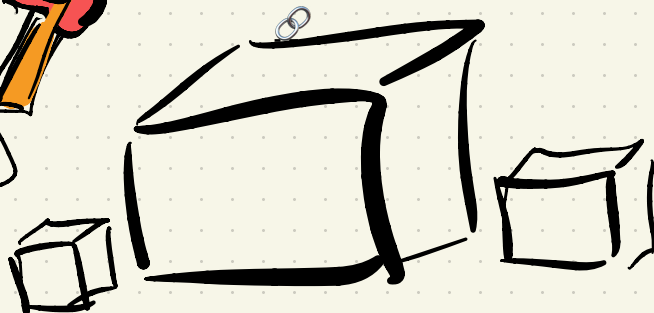
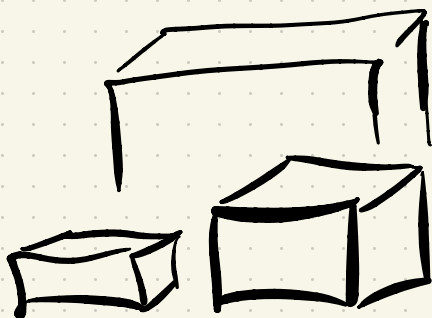


1



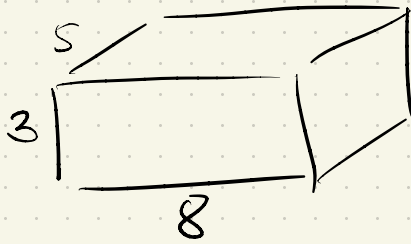
Загадки Деда Мороза



① Можно ли завернуть коробку $3 \times 5 \times 8 \text{ см}^3$
в лист бумаги $10 \times 15 \text{ см}^2$?

① Можно ли завернуть коробку $3 \times 5 \times 8 \text{ см}^3$
в лист бумаги $10 \times 15 \text{ см}^2$?

Решение:



Нет!

Не достаточно площади!

$$\underbrace{10 \times 15 \text{ см}^2}_{\text{площадь бумаги}} = 150 \text{ см}^2 <$$

$$\underbrace{2(5 \cdot 8 + 3 \cdot 8 + 3 \cdot 5)}_{\text{площадь поверхности коробки}} =$$

$$= 2(40 + 24 + 15)$$

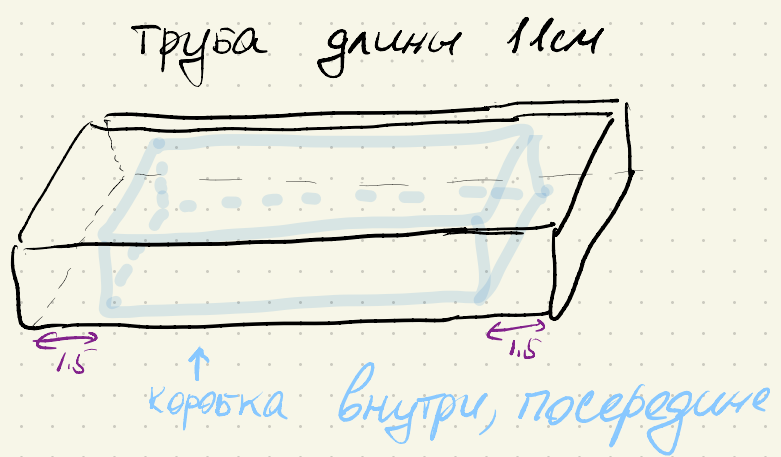
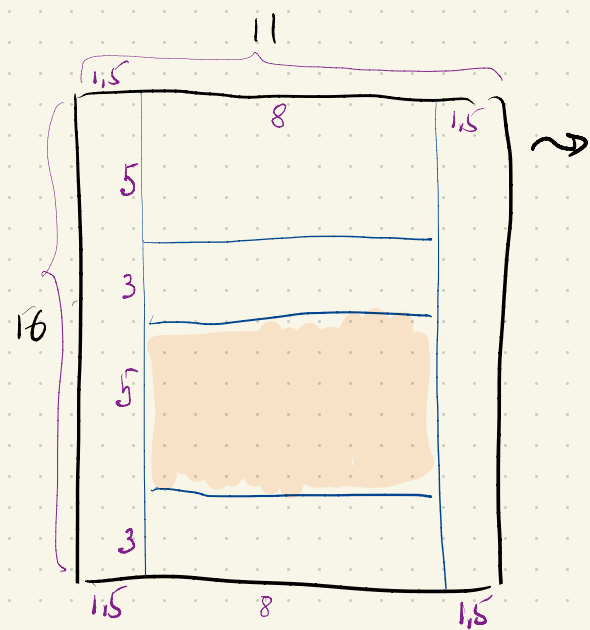
$$= 2 \cdot 79$$

$$= 158 \text{ см}^2$$

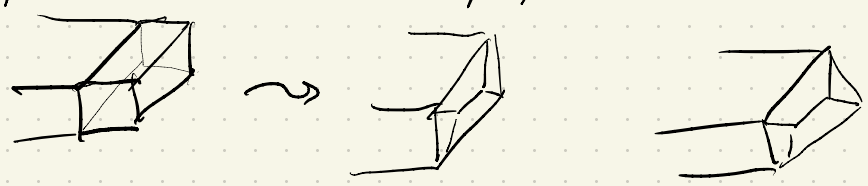
② Можно ли завернуть коробку $3 \times 5 \times 8 \text{ см}^3$
в лист бумаги $11 \times 16 \text{ см}^2$?

② Можно ли завернуть коробку $3 \times 5 \times 8 \text{ см}^3$
 в лист бумаги $11 \times 16 \text{ см}^2$?

Решение: Да!



заворачиваем на торцах



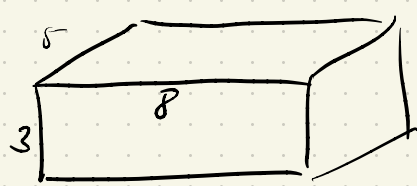
② Можно ли завернуть коробку $3 \times 5 \times 8 \text{ см}^3$
в лист бумаги $11 \times 16 \text{ см}^2$?

③ Какой ещё лист той же площади сработает?

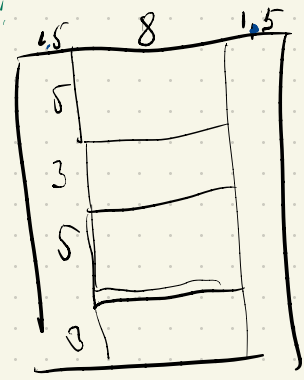
② Можно ли завернуть коробку $3 \times 5 \times 8$ см³
в лист бумаги 11×16 см?

③ Какой ещё лист той же площади работает?

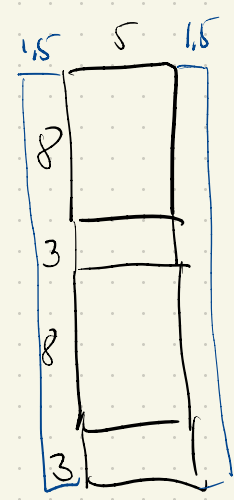
Решение:



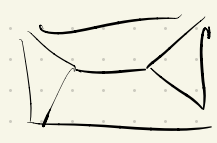
Было:



Ещё можно:



$$176 = 11 \cdot 16 = 22 \cdot 8$$



④ Бумага кончилась,
Осталось неограниченное количество ленточки,
шириной 1 см.



Можно ли в нее завернуть длинную круглую палку
радиуса 1 см?

④ Бумага кончилась,
Осталось неограниченное количество ленточки,
шириной 1 см.

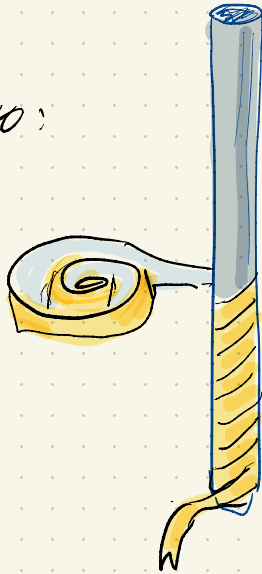


Можно ли в нее завернуть длинную круглую палку
радиуса 1 см?

Решение:

Да!

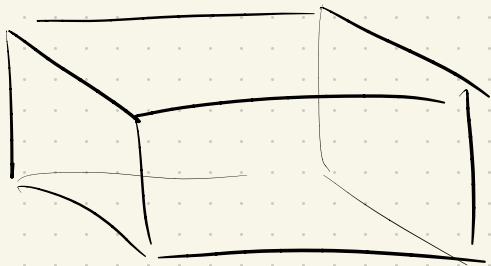
Обмотать спиралью:



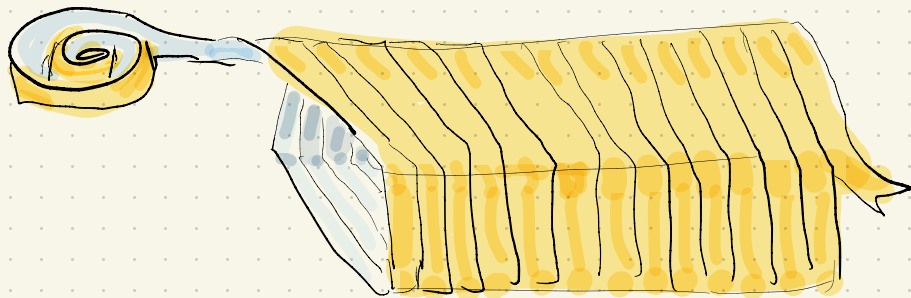
⑤ Можно ли в ленточку завернуть
прямоугольную коробку?

⑤ Можно ли в ленточку завернуть
прямоугольную коробку?

Решение: Да!



Сделать трубу, как с палкой.



На торцах завернуть,
как в задачах 2 и 3

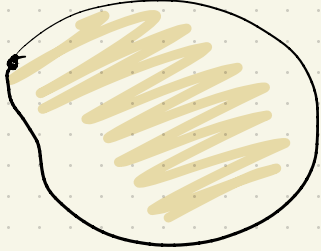


Вопрос! Подарок какого максимального объема
можно завернуть в бумагу данной площади?

Похожий вопрос
на плоскости:

какую максимальную площадь
можно ограничить кривой
заданной длины?

↑
"Изопериметрическая задача"
↑ ↑
равной периметр

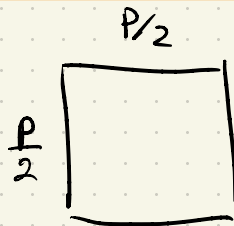
↑

максимально будет у круга!

⑥ Найдите прямоугольник наибольшей площади с периметром P .

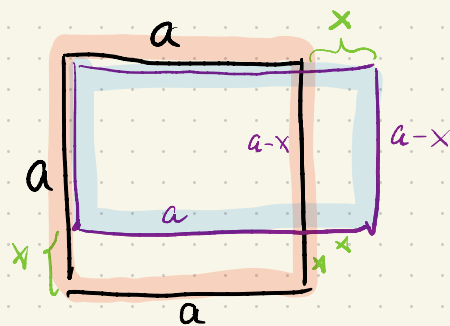
⑥ Найдите прямоугольник наибольшей площади с периметром P .

Решение:

Квадрат

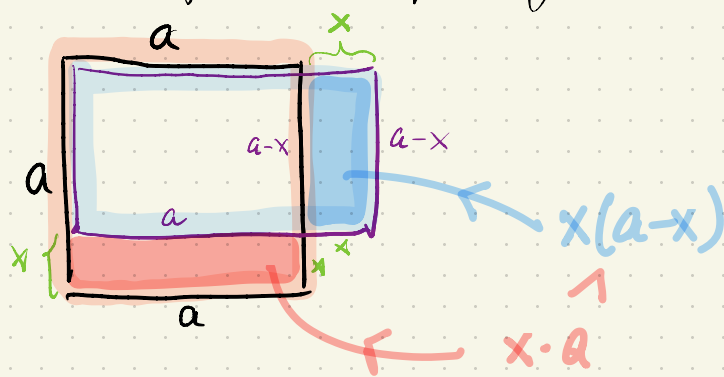


Рассмотрим квадрат и другой прямоугольник того же периметра:



$$S_{\square} = a^2$$

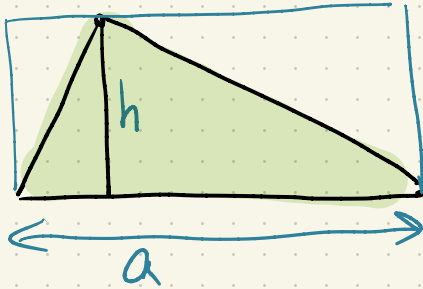
$$S_{\square} = (a-x)(a+x) = a^2 - x^2 < a^2$$



⑦ Докажите, что треугольник с заданным периметром и наибольшей площадью — правильный.

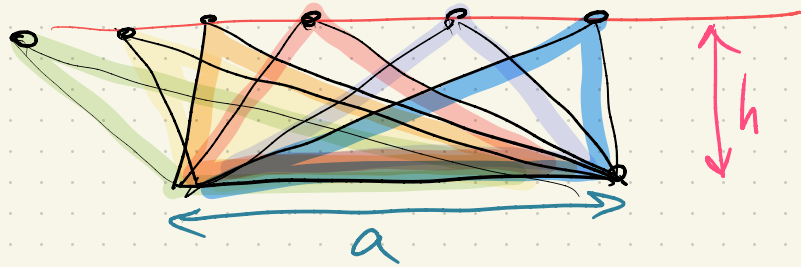
⑦ Докажите, что треугольник с заданным периметром и наибольшей площадью — правильный.

Напоминание:



Площадь
треугольника $S = \frac{h \cdot a}{2}$

Следствие:

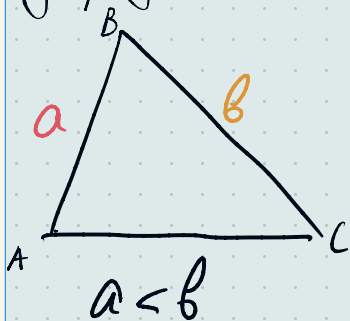


Все эти треугольники
имеют одинаковую
площадь $\frac{a \cdot h}{2}$

⑦ Докажите, что треугольник с заданным периметром и наибольшей площадью — правильный.

Решение:

• Предположим, что наибольшая площадь у треугольника



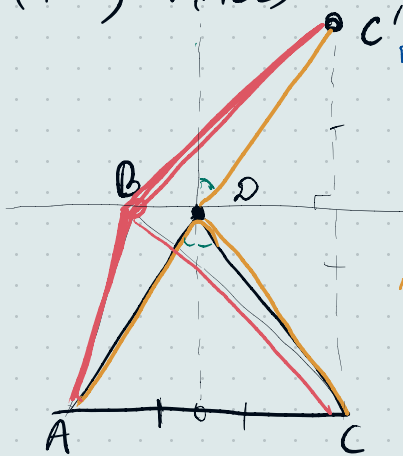
• Построим $\triangle ADC$, т.ч. $AD = DC$ и расстояние от A до D равно расстоянию до B .

• Тогда:

$$S(ADC) = S(ABC)$$

↑ площадь (основания совпадают, высоты равны)

• Докажем, что $P(ADC) < P(ABC)$:



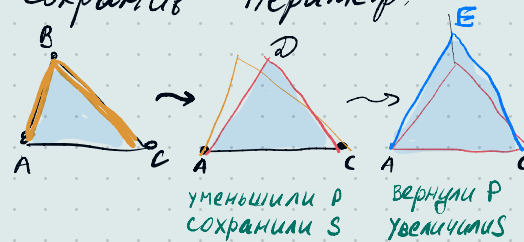
← точка, симметричная точке C относительно прямой BD

$$AD + DC = AC' < AB + BC' = AB + BC$$

↑
неравенство треугольника

$$\Rightarrow P(ADC) < P(ABC)$$

• Поэтому, можно увеличить площадь $\triangle ABC$ сохранив периметр:



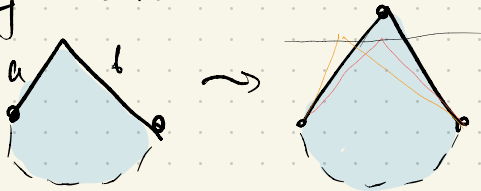
⑧ Среди n -угольников заданного периметра наибольшая площадь у правильного.

⑧ Среди n -угольников заданного периметра наибольшая площадь у правильного.

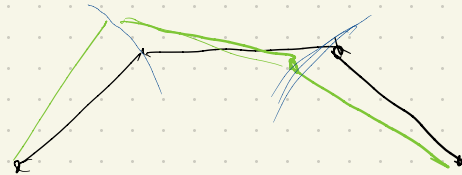
Частичное Решение:

- Предидущая задача показывает, что все стороны наилучшего треугольника равны.

Иначе, если есть две разных стороны, то есть две разных соседних стороны и площадь можно увеличить



- однако, надо еще доказывать, что углы равны
мы этого не делали!

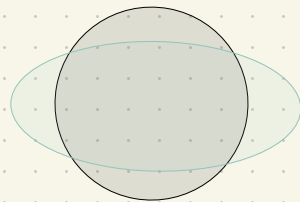


пока не знаю,
как это сделать просто!

Ответ

* изопараметрической задаче:

Из фигур заданного периметра,
наибольшая площадь у **круга**



Из тел с той же площадью поверхности
наибольший объем у **шара**.

Капля воды (в невесомости) круглая
(объем её постоянный, площадь поверхности минимальная
из-за поверхностного натяжения)



⑨ Может ли взрослый человек
пролезть в прорезь в четвертинке
тетрадного листа?

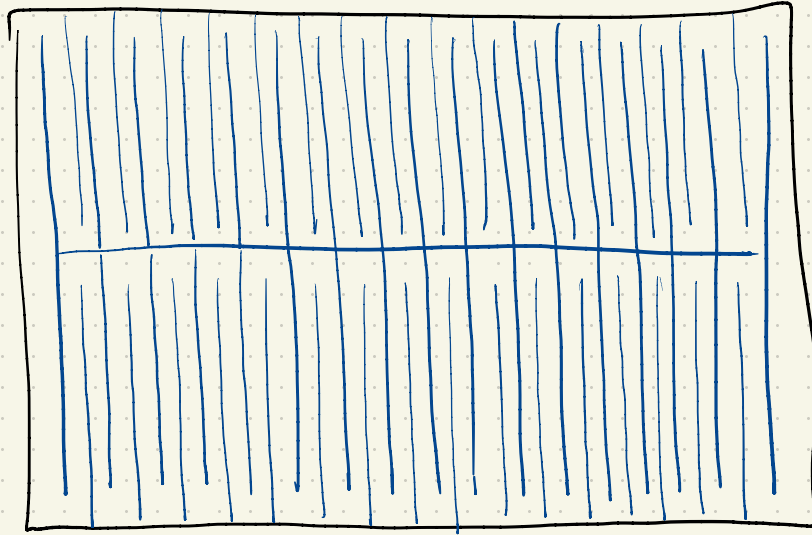
легче верблюду пролезть
сквозь угольное ушко...

⑨ Может ли взрослый человек
пролезть в прорезь в четвертинке
тетрадного листа?

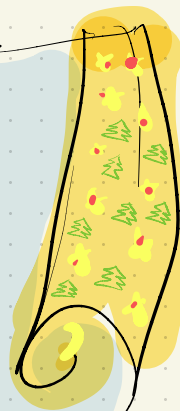
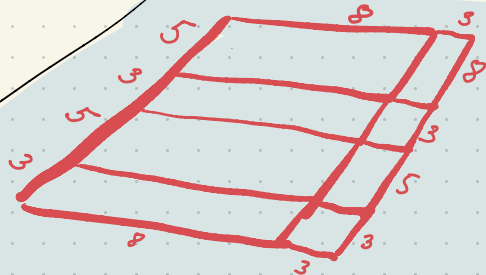
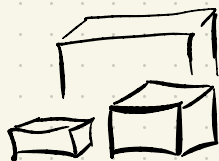
легче верблюду пролезть
сквозь угольное ушко...

Решение:

Да!



А в какой самый маленький клочок бумаги
сможете пролезть вы?



Спасибо!