

2

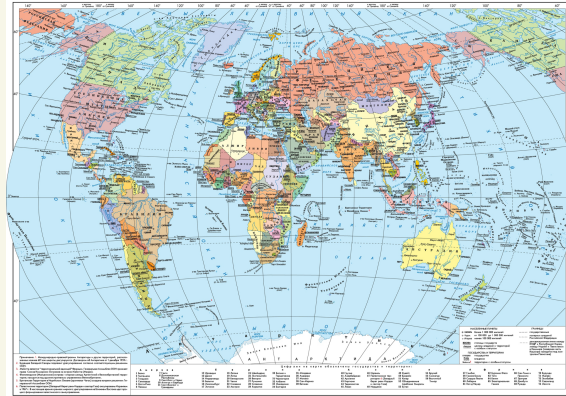
Картографические проекции

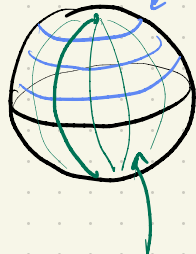
Карта мира
Джерарда ван Шатена
Амстердам, 1689



Разминка географическая

- Игра: - ведущий **загадывает** название города, написанное на карте целиком.
- игроки угадывают город, задавая **любые вопросы**.
 - ведущий отвечает "Да", "Нет", "Не знаю"
 - (отвечает честно)
 - задача игроков - отгадать **за 1 минуту**.



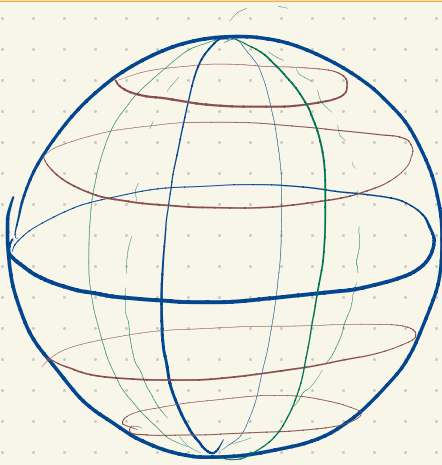


параллели

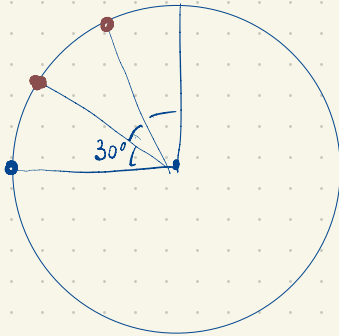
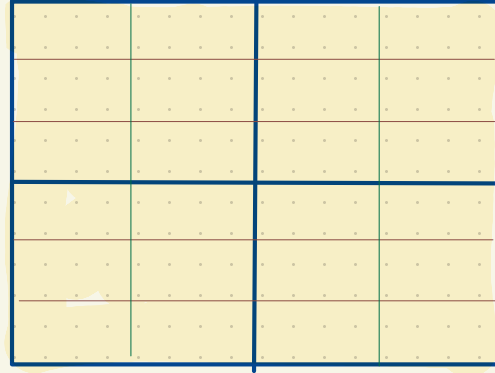
меридианы



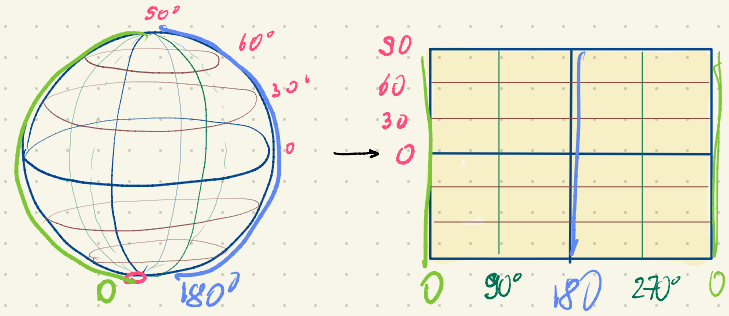
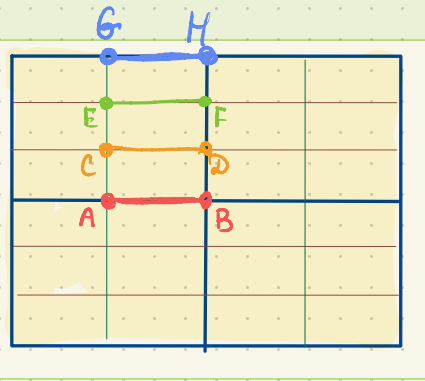
Как из круглого глобуса
сделать плоскую карту?



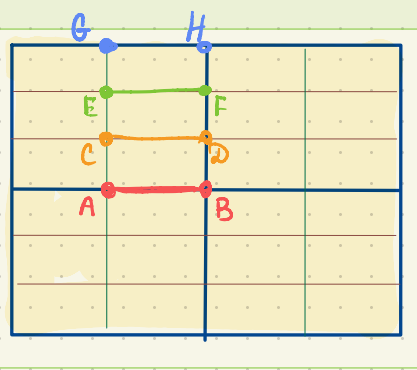
50°
60°
30°
0°



1. Какая длина на Земле больше, AB , CD или EF ?
(и во сколько раз?)

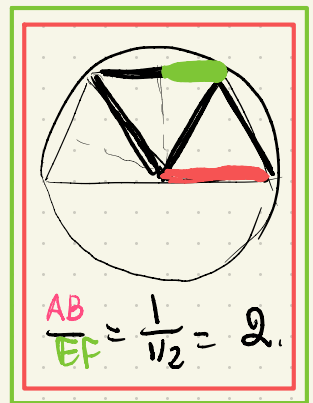
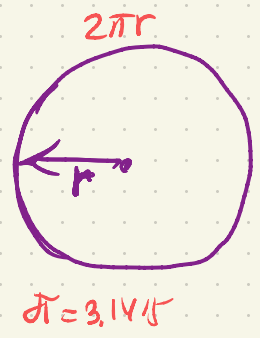
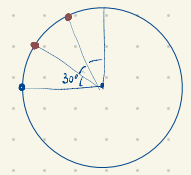
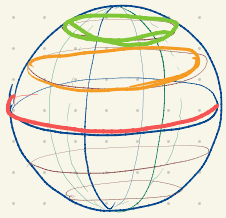


1. Какая длина на Земле больше, **AB**, **CD** или **EF**?
(и во сколько раз?)



Решение
 $GH < EF < CD < AB$
 $\frac{0}{0} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{1}{\sqrt{3}}$

Достаточно сравнить длины окружностей:

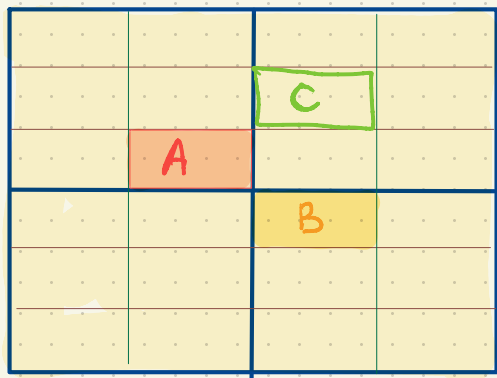


$\frac{AB}{CD} = ?$

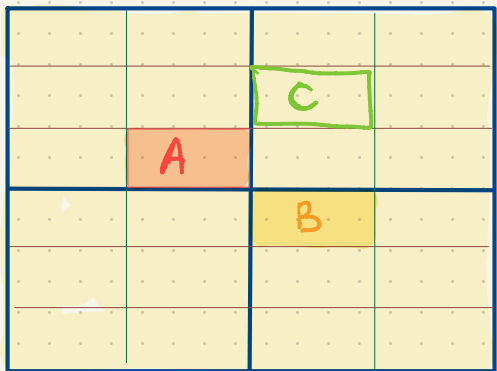
$a^2 + b^2 = c^2$
 $(\frac{1}{2})^2 + b^2 = 1^2$
 $b^2 = 1 - \frac{1}{4}$
 $b^2 = \frac{3}{4}$
 $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{AB}{CD} = \frac{1}{b} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155$

2. Какая площадь больше, A или B ?
или C ?

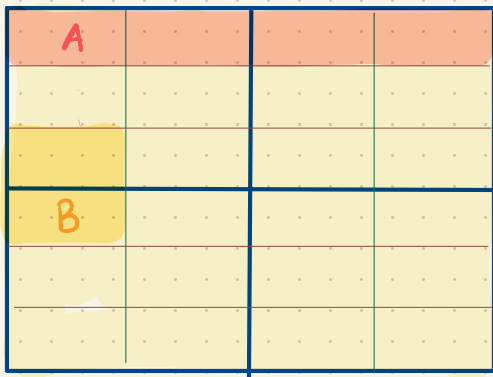


2. Какая площадь больше, A или B ?
или C ?



- $A = B$, потому что симметричны
- $C < A$ "высота" фигур одинакова (30°),
а "ширина" у C меньше.

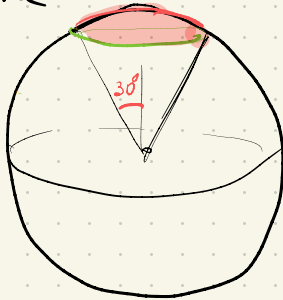
3. Какая площадь больше, A или B ?



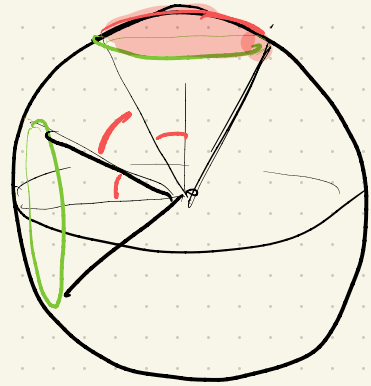
3. Какая площадь больше, **A** или **B** ?

A			
B			

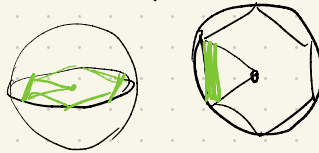
A соответствует на сфере полярной шапке



Нарисуем такую же шапку с центром на экваторе:



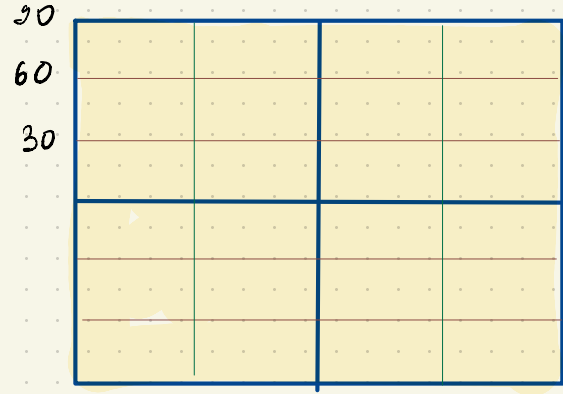
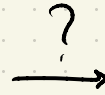
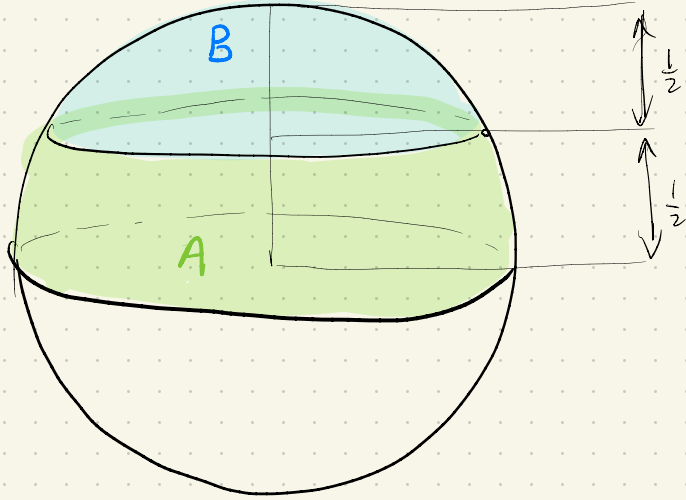
На плоскости эта новая шапка лежит в $\frac{1}{6}$ средних двух полосок



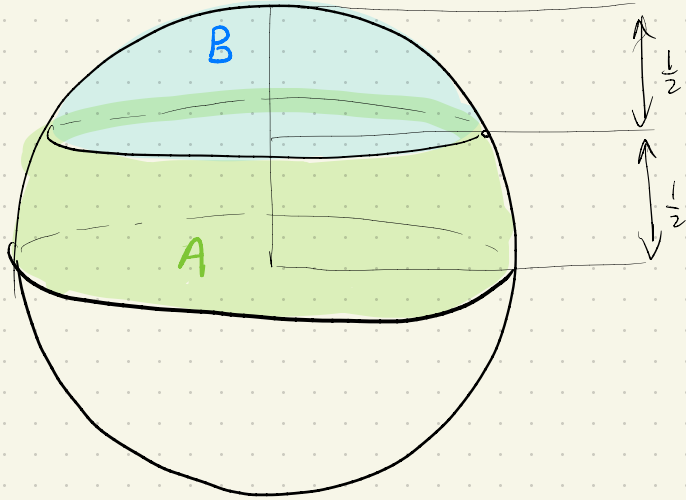
т.е. $A < \frac{2}{3} B$

A			
B			

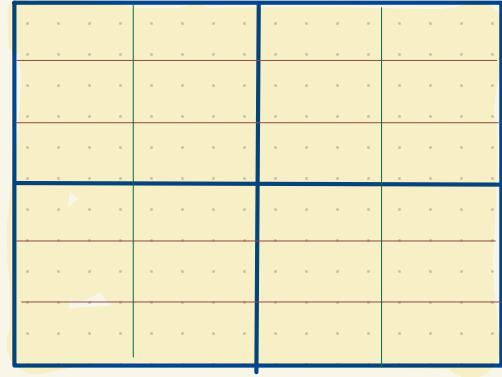
4. Нарисуйте на прямоугольной карте области A и B .



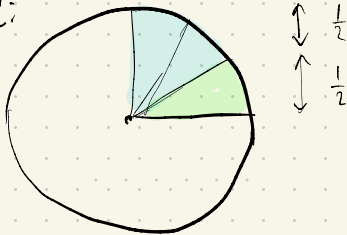
4. Нарисуйте на прямоугольной карте области A и B .



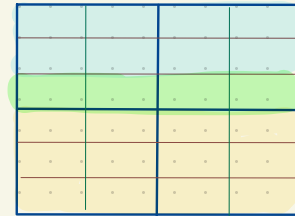
?



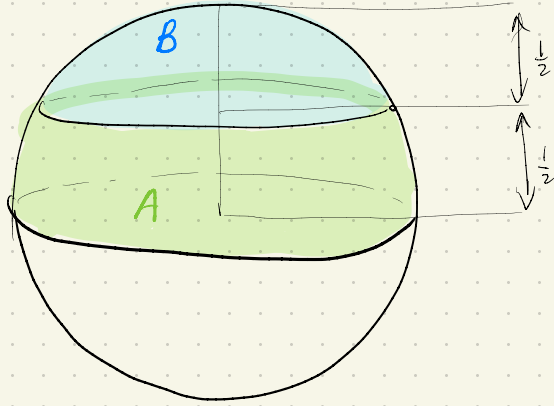
Решение:



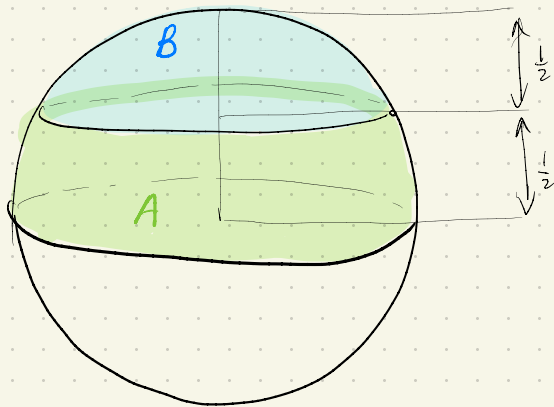
Ответ:



5. Какая площадь больше, A или B ?



5. Какая площадь больше, A или B ?

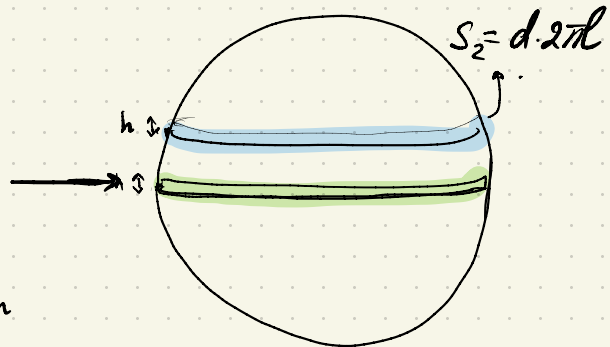
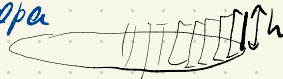


у экватора

$$S_1 = h \cdot 2\pi R$$

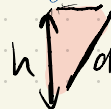
↑
вертикальные
дощечки
забора

↑
длина
забора



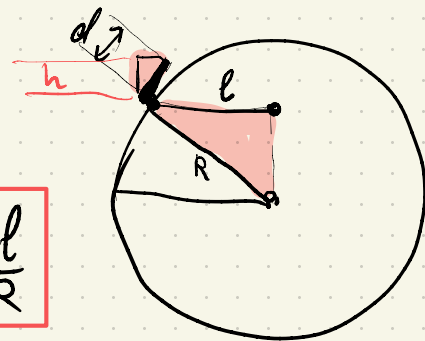
у другой параллели

• дощечки наклонные; длины $d > h$



• длина забора $l < R$

$$\frac{h}{d} = \frac{l}{R}$$



ГОЛОСОВАНИЕ:

$A > B$

Да: 3
Не знаю: 2

Ответ:

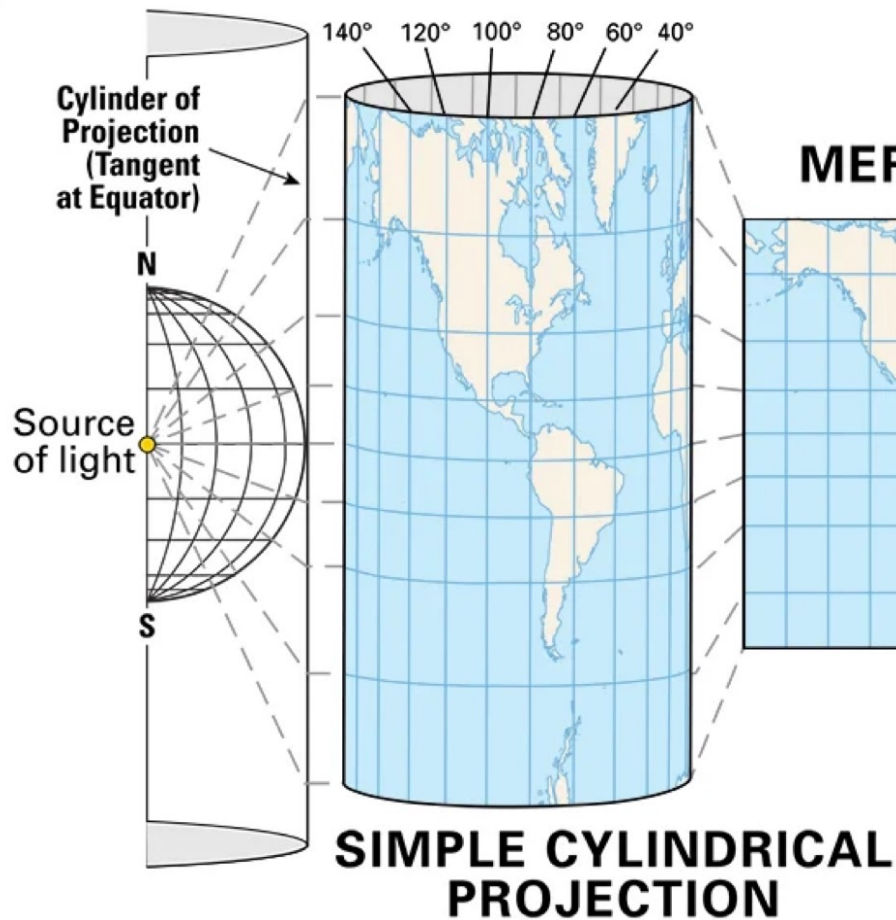
$A = B$

Вычисление: найдем

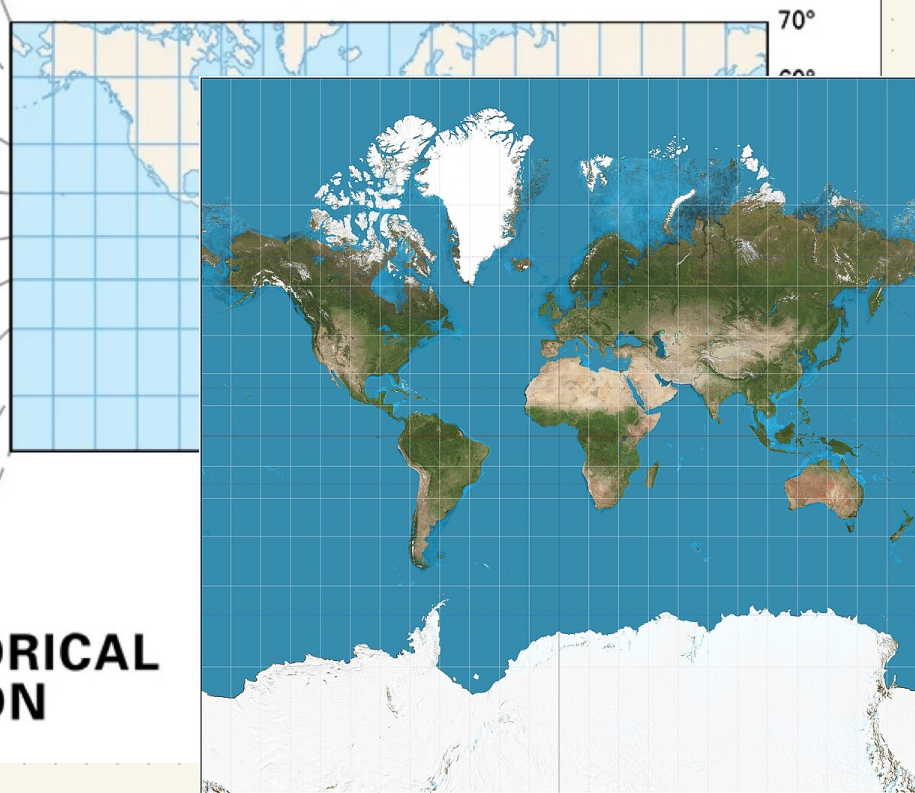
площадь полоски
ширины h :

т.е. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{h \cdot 2\pi R}{d \cdot 2\pi R} = 1 \leftarrow$

Площадь полоски ширины h
не зависит от того, где она
нарисована!

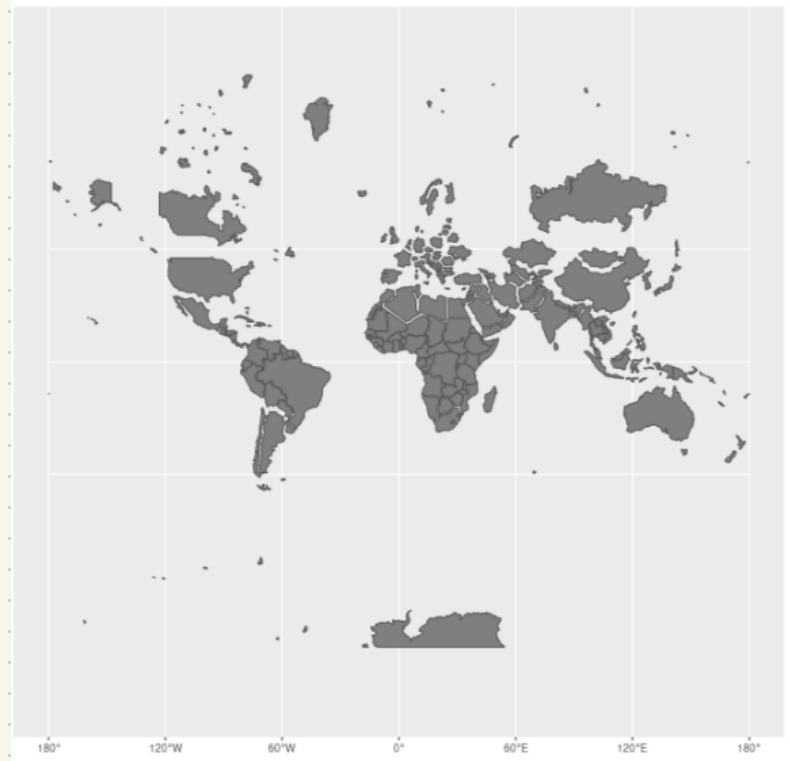


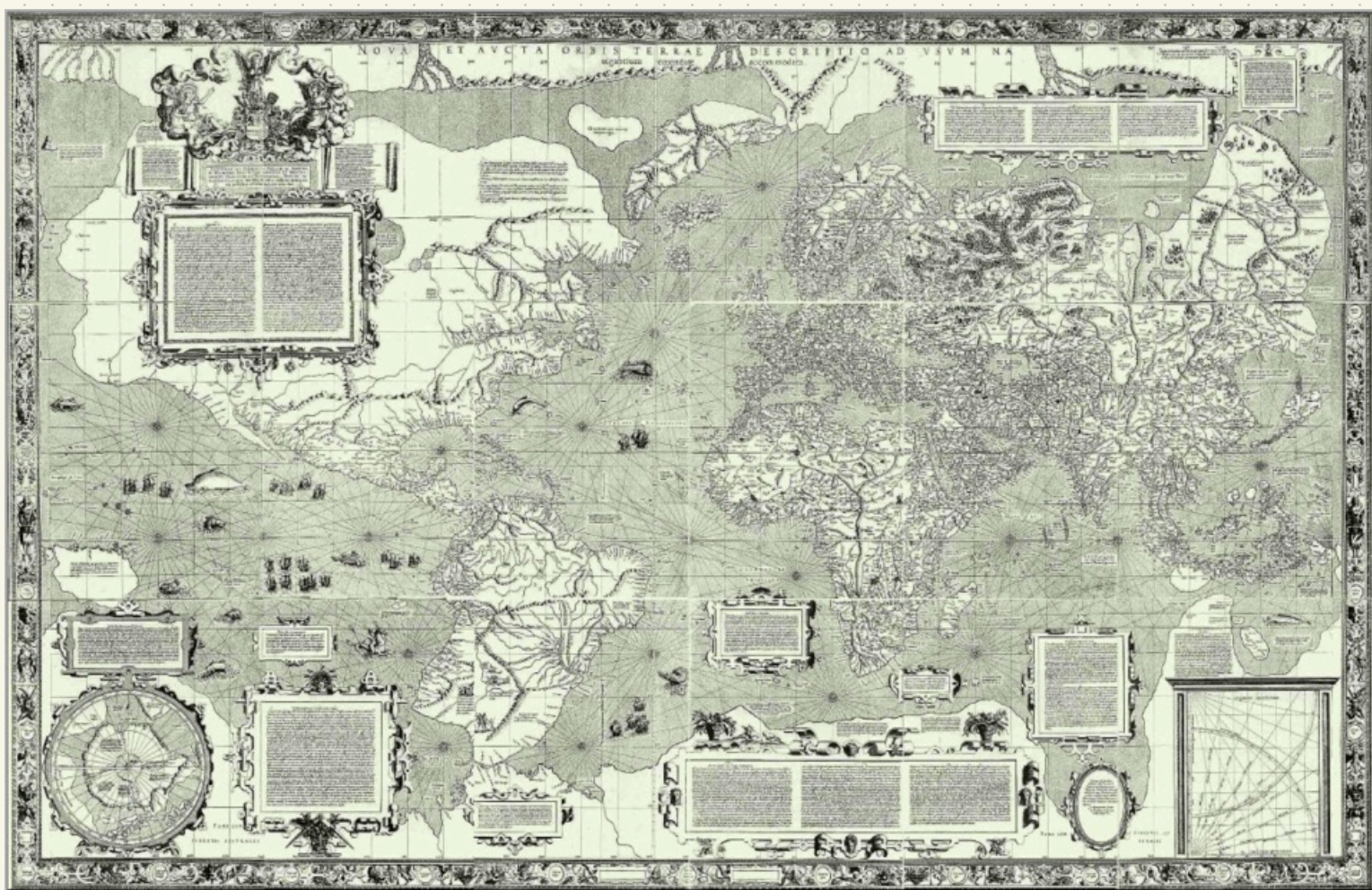
MERCATOR PROJECTION



Проекция Меркатора

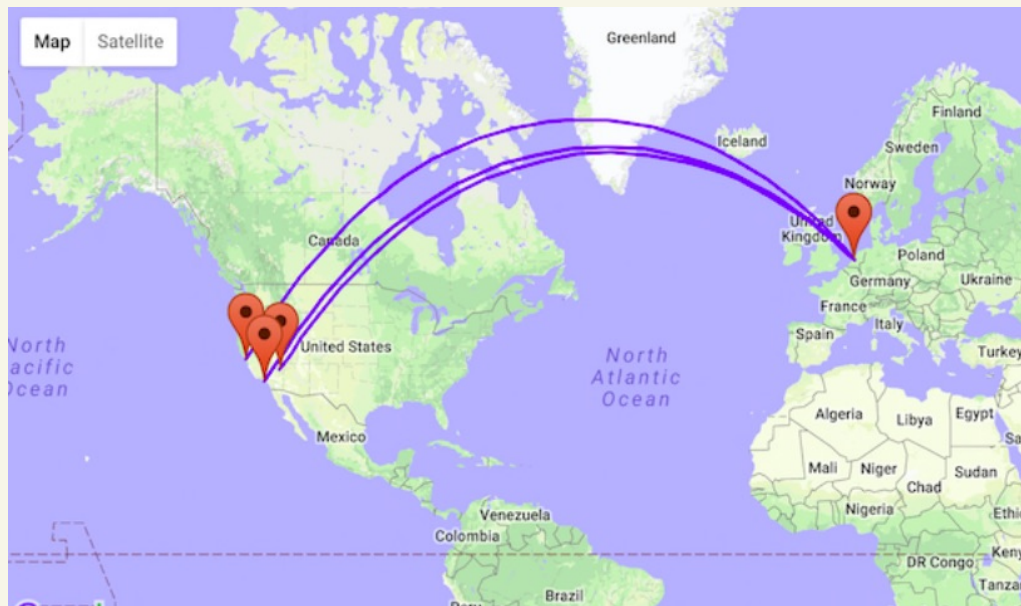
Изображение, сохраняющее
отношения площадей!



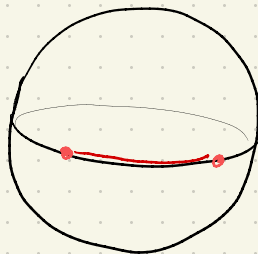


1569г: удобна для моряков, т.к. равномерно показывает углы

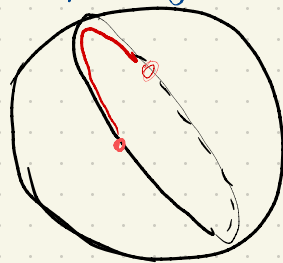
6. Почему самолёт из Европы в Америку летит над Гренландией?



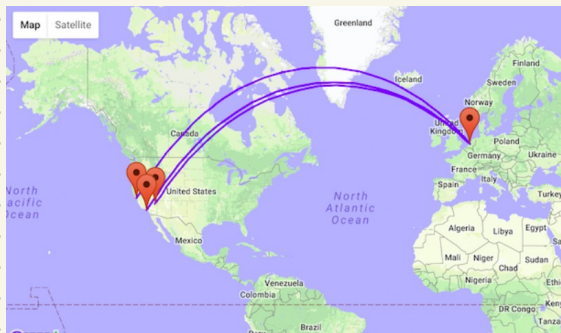
Кратчайший путь на сфере
между точками экватора
проходит по экватору



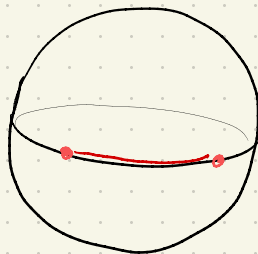
Повернем картинку!



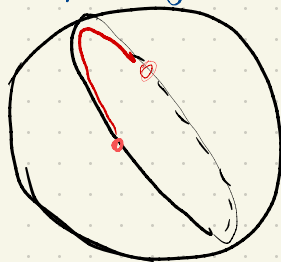
6. Почему самолёт из Европы в Америку летит над Гренландией?



Кратчайший путь на сфере
между точками экватора
проходит
по экватору

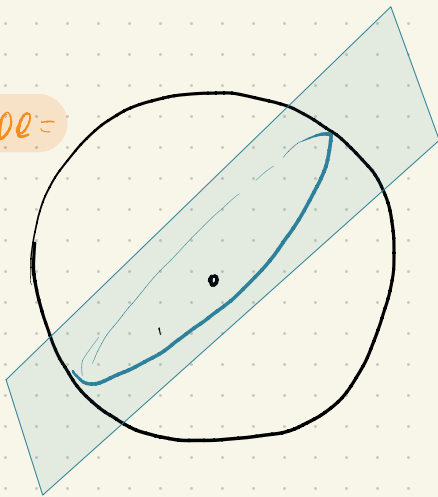


Повернем картинку!

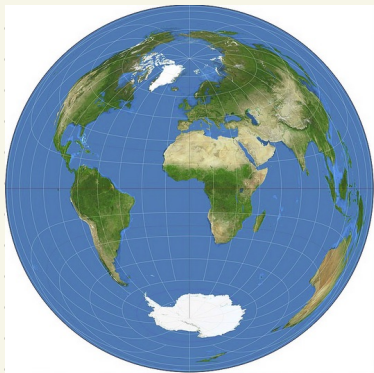
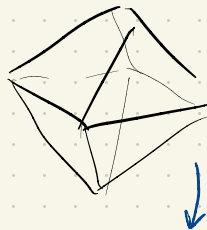
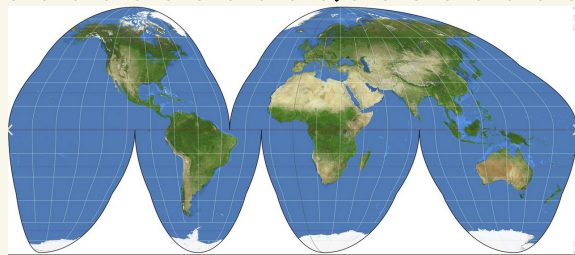
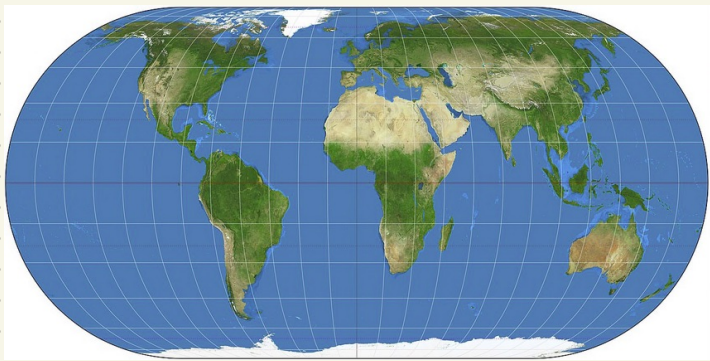


Кратчайшие пути на сфере =

"большие окружности" =
сечения плоскостями,
проходящими через
центр сферы



Разные проекции — т.к. невозможно отобразить все
с сохранением всех расстояний



Карты в разных странах



Карты в разных странах



США



Китай



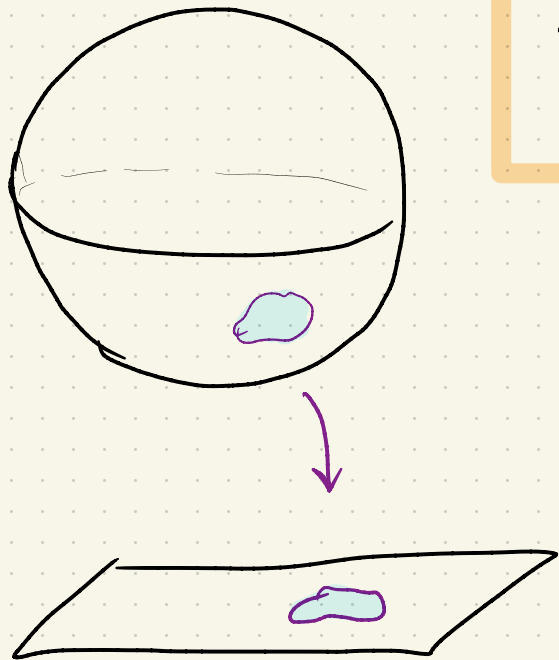
Австралия



Южная Африка

Теорема

Невозможно отобразить
даже маленькую область сферы
на плоскости так,
чтобы сохранились все расстояния.

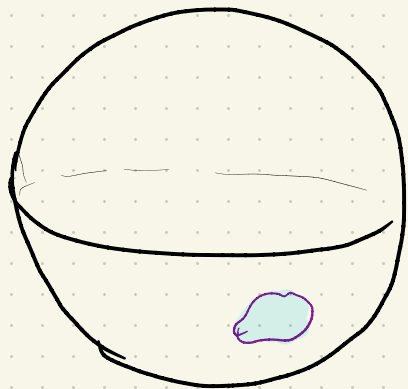


Опыт:

- попробуйте почистить апельсин, так, чтобы кожура осталась одним куском
- и "растянуть" её на плоскости.
Порвется!

Теорема

Невозможно отобразить даже маленькую область сферы на плоскости так, чтобы сохранились все расстояния.



Способы доказательств:

- соотношения длин в треугольниках
Например, теорема Пифагора на сфере выглядит так:
 $\cos c = \cos a \cos b$, а не $c^2 = a^2 + b^2$

- длина окружности радиуса r
 $2\pi \sin r$, а не $2\pi r$

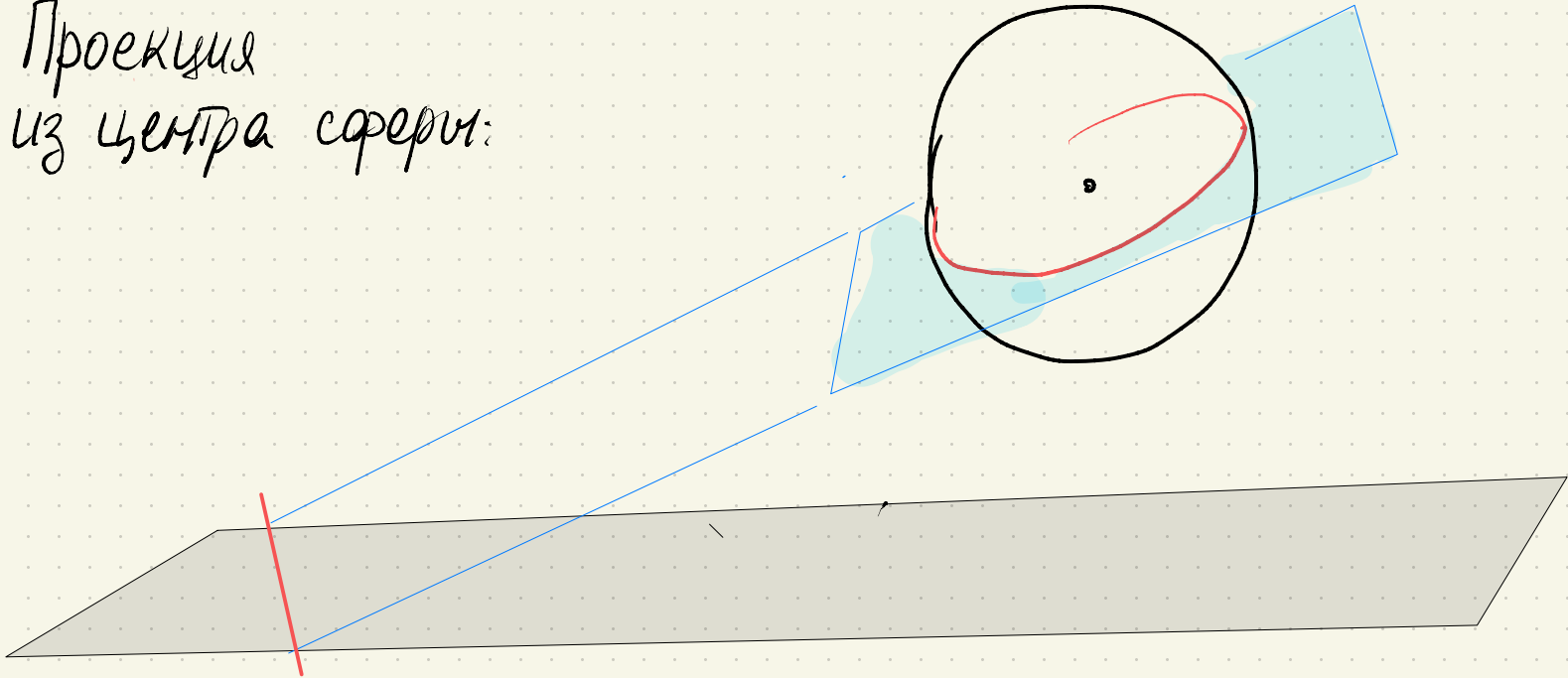
В русскоязычной Википедии это свойство названо „аксиомой“, то есть тем, что принимается без доказательств

← В других языках (английский, немецкий, украинский, французский) этой ошибки не видят.

7. Придумайте отображение сферы на плоскость такое, чтобы большие окружности на сфере отображались в прямые на плоскости.

7. Придумайте отображение сферы на плоскость такое, чтобы большие окружности на сфере отображались в прямые на плоскости.

Проекция
из центра сферы:



СПАСИБО!

экумена -
заселенная земля

1482, Ecumene
Johannes Schnitzer

