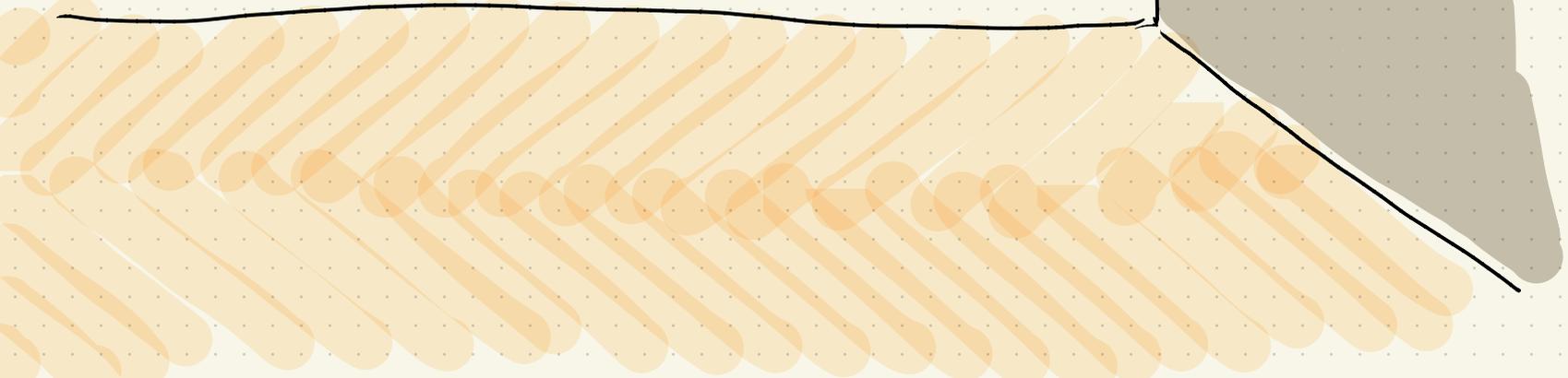


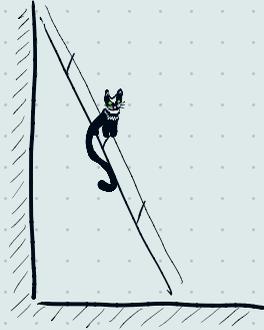
9 |

Геометрия
в
углу комнаты



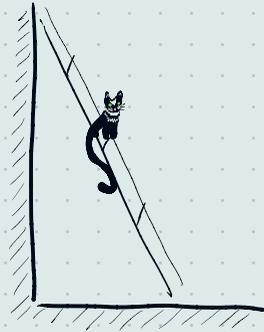
1 Котёнок на лестнице

На середине лестницы, прислоненной к стенке, сидит котёнок и боится слезать. Лестница съезжает на пол. Какую траекторию опишет котёнок, если не упадёт и не прыгнет?



1 Котёнок на лестнице

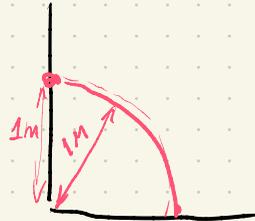
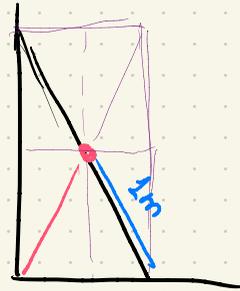
На середине лестницы, прислоненной к стенке, сидит котёнок и боится слезать. Лестница съезжает на пол. Какую траекторию опишет котёнок, если не упадёт и не прыгнет?



Решение:

Котёнок всё время находится на расстоянии 1 м от угла комнаты (по симметрии).

Поэтому он будет двигаться по окружности:
радиуса 1 м.



2. Страшный сон футбольного болельщика



65. Страшный сон футбольного болельщика

«Болельщик», огорченный поражением «своей» команды, спал беспокойно. Ему снилась большая квадратная комната без мебели. В комнате тренировался вратарь. Он ударял футбольный мяч о стену, а затем ловил его.

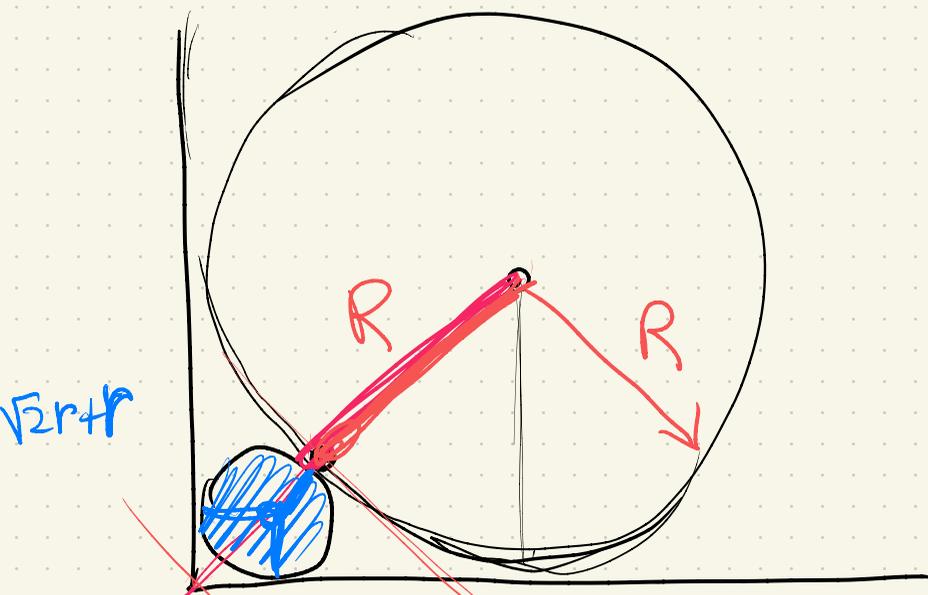


Рис. 30. Шар стремился раздавить мячик.

Вдруг вратарь стал уменьшаться, уменьшаться и, наконец, превратился в маленький целлулоидный мячик от «настольного тенниса», а футбольный мяч оказался чугунным шаром. Шар бешено кружился по гладкому полу комнаты, стремясь раздавить маленький целлулоидный мячик. Бедный мячик в отчаянии метался из стороны в сторону, выбиваясь из сил и не имея возможности подпрыгнуть.

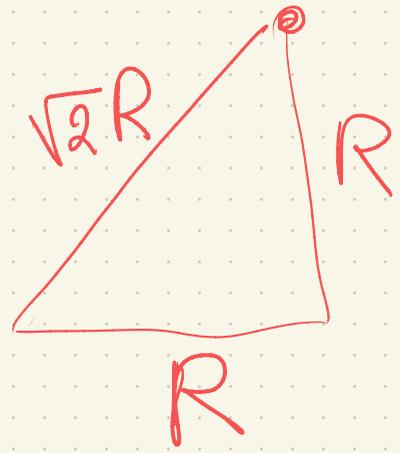
Мог ли он, не отрываясь от пола, все-таки укрыться где-нибудь от преследований чугунного шара?

Борис Кордемский, 1956
«Математическая смекалка»



$$r = 2 \text{ cm}$$

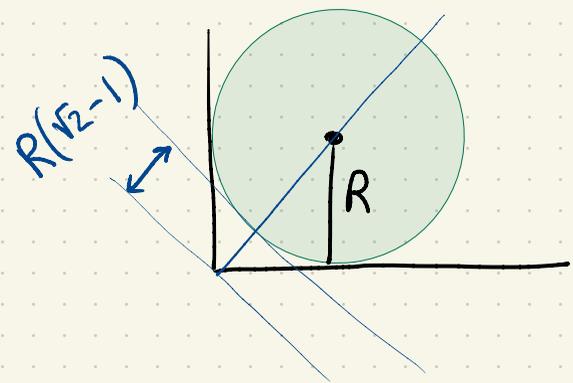
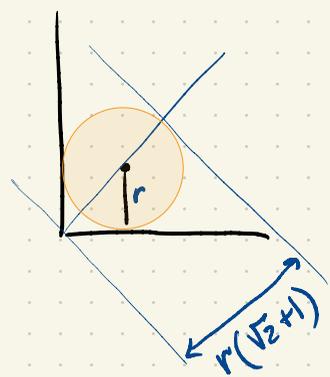
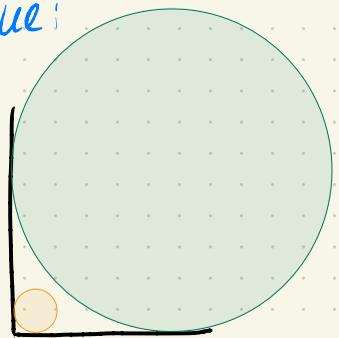
$$R = \sqrt{2}R - R$$



$$\sqrt{2}r + r < \sqrt{2}R - R$$

3) Радиус шарика для пинг-понга - 2 см.
 Найдите минимальный размер футбольного мяча при котором шарик сможет стукнуться.

Решение:



Т.е. нужно: $r(\sqrt{2}+1) < R(\sqrt{2}-1)$

$$r \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)} < R$$

$$r \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = r \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = r \cdot \frac{2+2\sqrt{2}+1}{2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1} = r \cdot \frac{3+2\sqrt{2}}{1} = r(3+2\sqrt{2})$$

≈ 5.828

Ответ:
 Т.е. достаточно
 $R > 5.828 \cdot 2 \text{ см} =$
 $\approx 11.659 \text{ см}$

4) Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных длиной окружности. Какие из них достаточно велики, чтобы шарик смог от них спрятаться?



4) Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных длиной окружности. Какие из них достаточно велики, чтобы шарик смог от них спрятаться?



Решение

Надо: $R \geq 11.659 \text{ см}$

3.1415

Дано: $2\pi R = 70 \text{ см}$ (размер 5)

$$R = \frac{70 \text{ см}}{2\pi} \approx 11.141 < 11.65$$

Т.е. даже самый большой мяч слишком маленький!

④ Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных *длиной окружности*. Какие из них достаточно велики, чтобы шарик смог от них спрятаться?



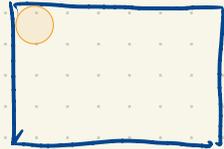
⑤ Может ли шарик спрятаться лучше?

④ Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных *длиной окружности*.
Какие из них достаточно велики, чтобы шарик смог от них спрятаться?



⑤ Может ли шарик спрятаться лучше?

Да, в самом углу комнаты
(комната трехмерная!)



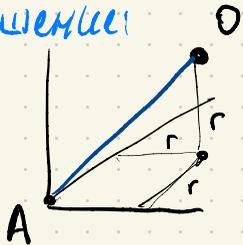
⑤' Достаточно ли этого?
(и если да, то начиная с какого размера футбольного мяча?)

④ Футбольные мячи бывают разных размеров, заданных *длиной окружности*.
 какие из них достаточно велики,
 чтобы шарик смог от них спрятаться?



⑤ Может ли шарик спрятаться лучше?

Решение:



$$|OA|^2 = r^2 + r^2 + r^2 = 3r^2$$

$$|OA| = \sqrt{3} r$$

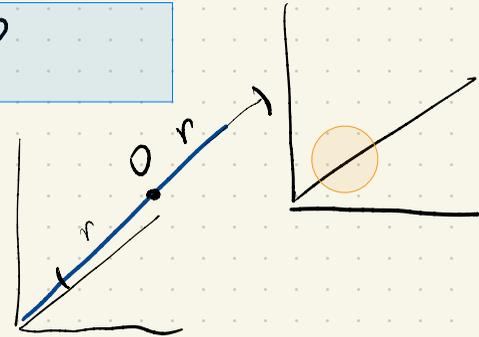
Т.е. нужно: $r(\sqrt{3}+1) < R(\sqrt{3}-1)$

$$r \cdot \frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)} < R$$

$$r \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = r \cdot \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = r \cdot \frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1} = r \cdot \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = r \cdot (2+\sqrt{3})$$

≈ 3.732

Ответ: получится спрятаться от любого игрового мяча.



Т.е. достаточно

$$R > 4r = 8 \text{ см}$$

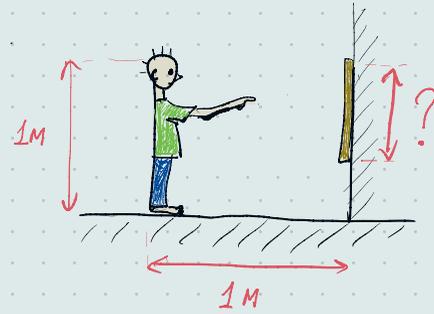
$$2\pi \cdot 8 \text{ см} \leq 2 \cdot 3.14 \cdot 8 \text{ см} = 6.4 \cdot 8 \text{ см} = (48 + 3.2) \text{ см} = 51.2 \text{ см}$$

6 Зеркало на стене

Ребенок ростом 1 м смотрит в зеркало с расстояния 1 м .

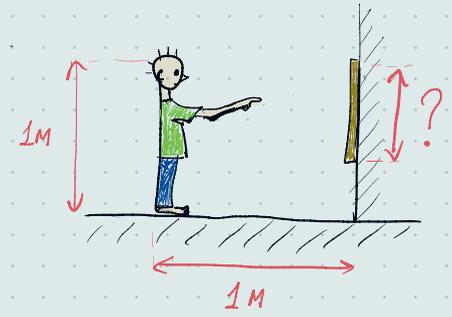
Какой длины должно быть зеркало, чтобы было видно все, с ног до головы?

Как изменится ответ в зависимости от роста ребенка? От расстояния до зеркала?

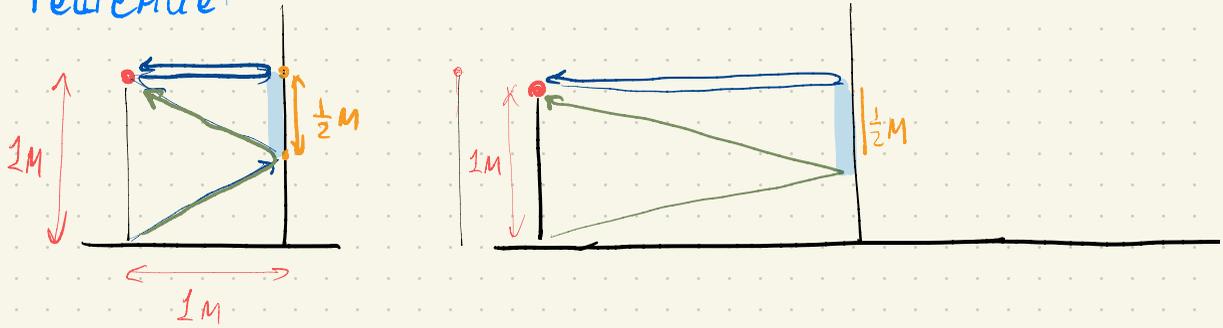


6 Зеркало на стене

Ребенок ростом 1м смотрит в зеркало с расстояния 1м.
Какой длины должно быть зеркало,
чтобы было видно все, с ног до головы?
Как изменится ответ в зависимости от
роста ребенка? От расстояния до зеркала?



Решение:



Ответ: нужно зеркало длиной половина роста
(при любом расстоянии),
-висящее на правильной высоте!

