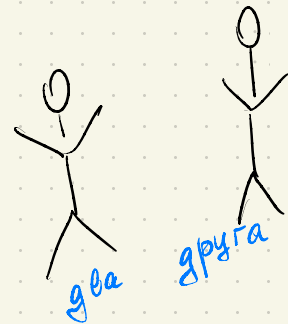
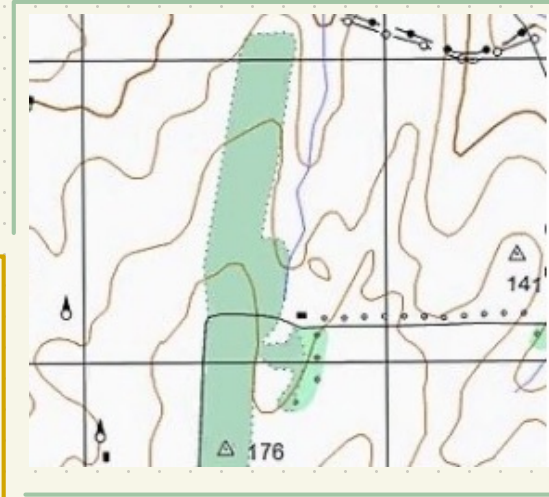


2. Где построить колодец?



Разминка речная

Скорость реки:

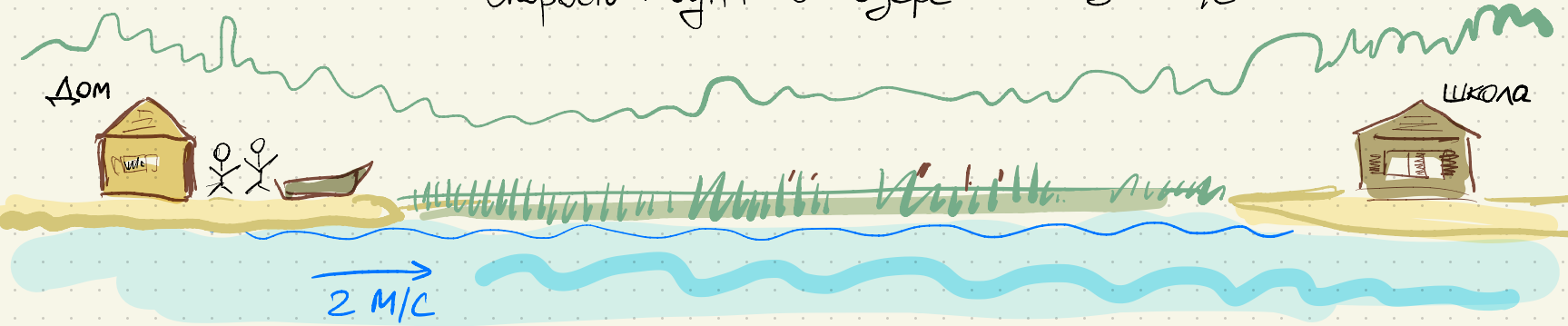
2 м/с

Расстояние
от дома до школы

200 м

Скорость лодки в озере

3 м/с



Сколько времени плыть на лодке от дома до школы?
А сколько нужно, чтобы еплыть туда-обратно?

Разминка речная

Скорость реки:

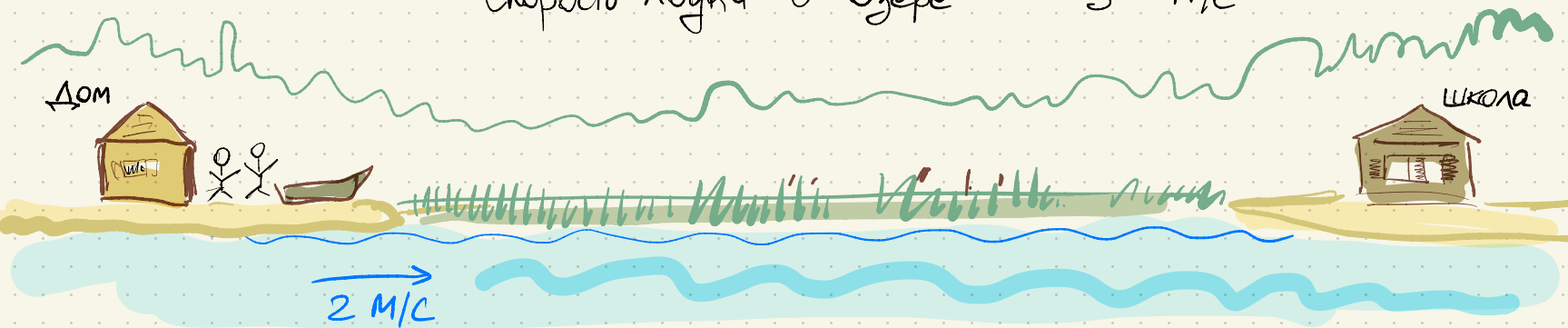
2 м/с

Расстояние
от дома до школы

200 м

Скорость лодки в озере

3 м/с



Сколько времени плыть на лодке от дома до школы?
А сколько нужно, чтобы еплыть туда-обратно?

Решение: скорость лодки вниз по течению: $2 \text{ м/с} + 3 \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}$

Т.е. от дома до школы нужно: $200 \text{ м} : 5 \text{ м/с} = 40 \text{ сек.}$

Скорость лодки против течения: $3 \text{ м/с} - 2 \text{ м/с} = 1 \text{ м/с}$

Время от школы домой: $200 \text{ м} : 1 \text{ м/с} = 200 \text{ с} = 3 \cdot 60 \text{ с} + 20 \text{ с} = 3 \text{ мин } 20 \text{ с.}$

Время туда обратно:

$240 \text{ с} = 4 \text{ мин}$

① Два друга построили себе по дому:



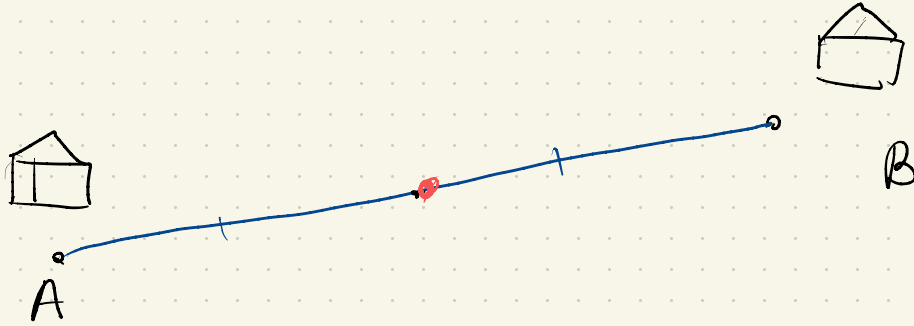
А



В

— Где построить колодезь так, чтобы
расстояния от него до двух домов были одинаковы
и как можно меньше?

① Два друга построили себе по дому:



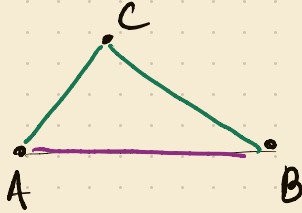
— Где построить колодезь так, чтобы расстояния от него до двух домов были одинаковы и как можно меньше?

Решение: - Проведем прямую AB
- Найдём середину отрезка AB

Почему это "Самое лучшее" решение?

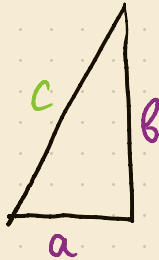
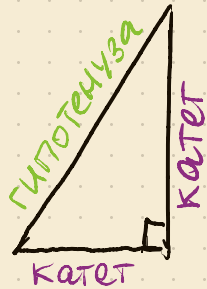
Чем пользуемся?

- Неравенство треугольника



$$AC + CB > AB$$

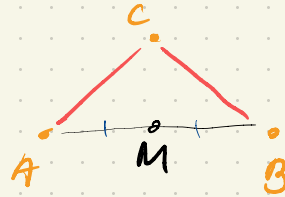
- В прямоугольном треугольнике гипотенуза длиннее катетов.



$$c > a$$

$$c > b$$

Поэтому "ближайшая" точка на одинаковом расстоянии от A и B лежит на отрезке AB:



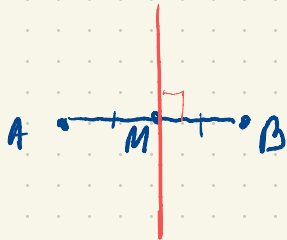
$$AC + CB > AB = AM + MB$$

②. Теперь два друга хотят построить целую улицу
(с аптекой, магазином, почтой, ...) так чтобы
расстояния от всего до A и B были одинаковы.
Где строить такую улицу?

②. Теперь два друга хотят построить целую улицу (с аптекой, магазином, почтой, ...) так чтобы расстояния от всего до A и B были одинаковы. Где строить такую улицу?

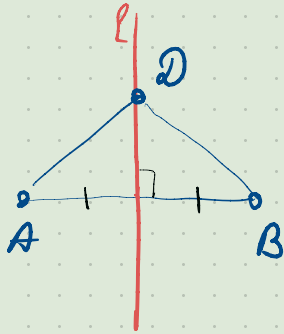
Решение:

- Найдем середину M отрезка AB
- проведем через M прямую, перпендикулярную AB
(серединный перпендикуляр)



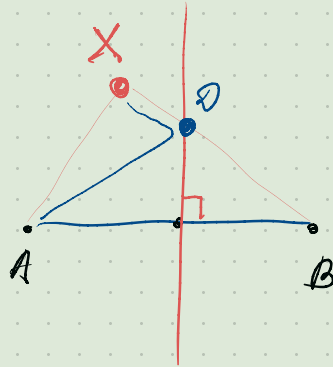
- Почему точки на серединном перпендикуляре к AB равноудалены от A и B ?
- А почему только они?

- Точки на серединном перпендикуляре ℓ к AB равноудалены от A и B :



Симметрия относительно ℓ переводит A в B и оставляет D на месте

- Других точек на равном расстоянии от A и B
НЕТ!



Если $X \notin \ell$ и $AX = XB$:

- Пусть D = пересечение XB и ℓ
- Тогда

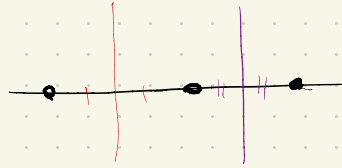
$$AX = XB = XD + DB = XD + AD \overset{\text{неравенство треугольника}}{>} AX$$

симметрия ↗

3. Три дома. Можно ли найти точку, равноудаленную от всех трёх домов?

3. Три дома. Можно ли найти точку, равноудаленную от всех трёх домов?

— Если три точки лежат на одной прямой, то **НЕТ**;



— Если **НЕ** на одной прямой;

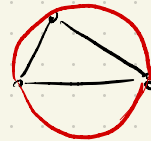
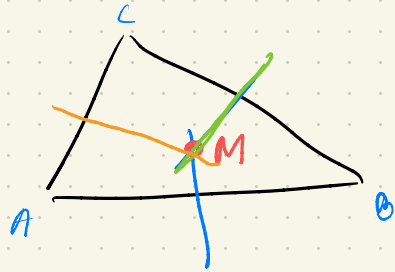
• такая точка ^(если она есть!) лежит на пересечении трёх серединных перпендикуляров (по результату прошлой задачи!)

• три серединных перпендикуляра в треугольнике пересекаются в одной точке;

• Пусть M — пересечение серединных перпендикуляров к AB и BC , тогда $AM = BM = CM$

Т.е. $AM = CM$, и M лежит на серединном перп. к AC .

• Для любого треугольника существует единственная описанная окружность



4.

Четыре дома?

Всегда ли есть точка на одинаковом расстоянии от всех четырёх?

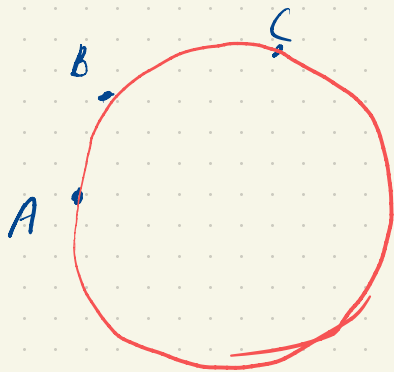
4.

Четыре дома?

Всегда ли есть точка на одинаковом расстоянии от всех четырёх?

Не всегда (даже если никакие 3 из точек не лежат на одной прямой);

для точек A, B, C существует единственная описанная окружность;

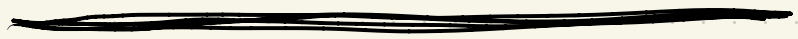


если точка D на ней не лежит

то точки, равноудалённой от A, B, C, D нет!

5

Человек хочет напиться
из реки. Как ему
ближе всего пройти
к реке (прямой)?



река

5

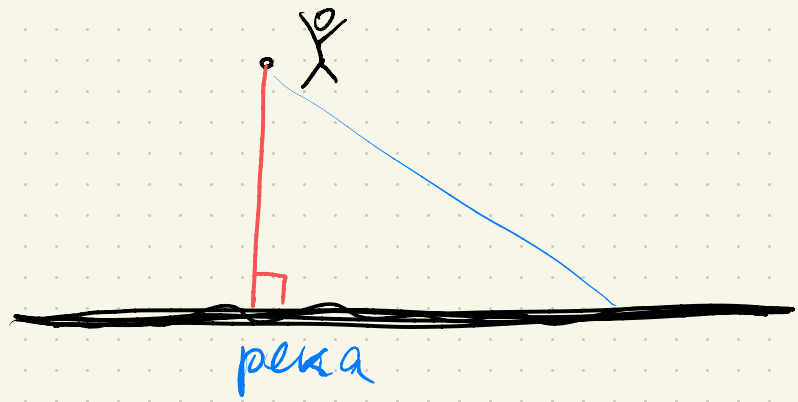
Человек хочет напиться из реки. Как ему ближе всего пройти к реке (прямой)?



Решение:

Опустим перпендикуляр из точки, где человек на реку:

река

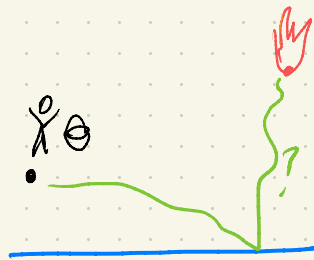


Почему короче любого другого пути к реке?

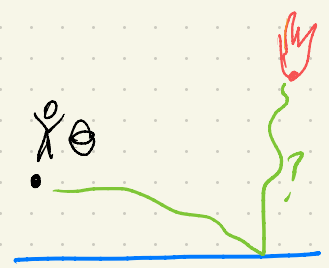
Потому что в  катеты короче гипотенузы.

6.

Человек с пустым котелком в точке А
хочет набрать из реки воду
и вскипятить его на костре в точке В
Как ему пройти
из А к реке, а потом к В
кратчайшим образом?

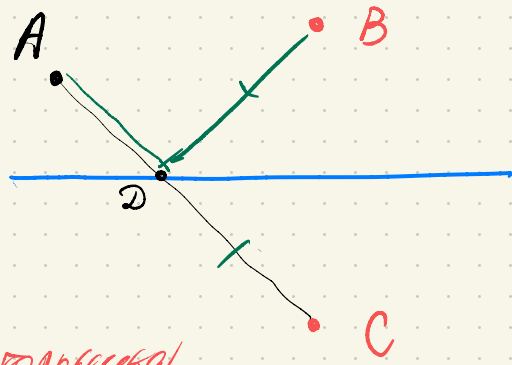


6. Человек с пустым котелком в точке А хочет набрать из реки воду и вскипятить его на костре в точке В. Как ему пройти из А к реке, а потом к В кратчайшим образом?



Решение:

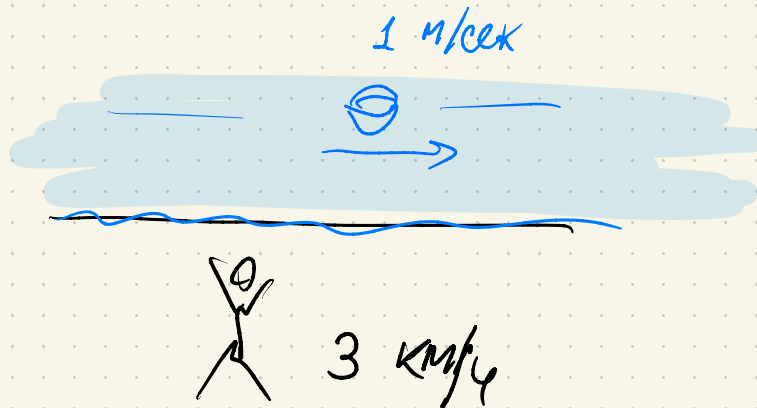
- Пусть С - точка симметричная точке относительно реки
- Пусть D - пересечение AC и "реки"



Тогда $AD + DB = AD + DC$ (по симметрии)
 Для любой точки X на реке $AX + XB = AX + XC$
 Но: $AX + XC > AD + DC$ (по неравенству треугольника)
 Т.е. $AX + XB > AD + DB$.

7.

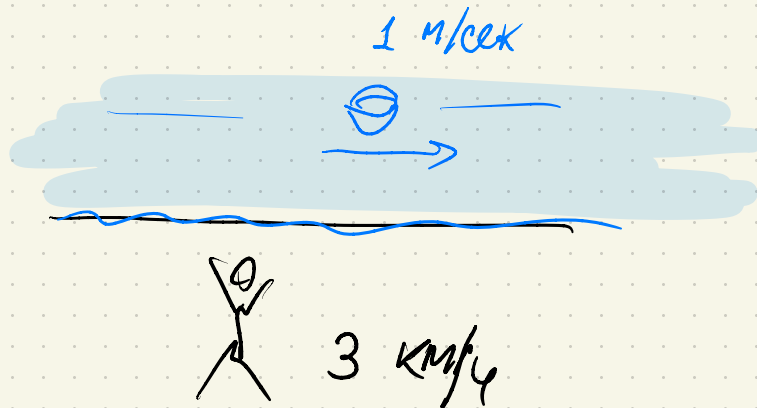
Котелок утонул по реке со скоростью 1 м/сек .
Человек умееет плавать со скоростью 3 км/ч .
Сможет ли он догнать котелок?



7.

Котелок упал по реке со скоростью 1 м/сек .
Человек умает плавать со скоростью 3 км/ч .
Сможет ли он догнать котелок?

$$3 \text{ км/ч} = \frac{3000 \text{ м}}{60 \cdot 60 \text{ сек}} = \frac{3000}{3600} \text{ м/сек} < 1 \text{ м/сек}$$



Не догонит,
если не побежит сначала по берегу
(если побежит со скоростью $6 \text{ км/ч} \approx 2 \text{ м/сек}$)
то догонит быстро!



Смотри мультфильм!